

Hayatın Koordinatları

GÜLİZAR NEHİR GÜLKANAT

Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü 3. Sınıf Öğrencisi

✉ nehirgulkanat@gmail.com



İnsanoğlu her zaman geleceğini merak etmiş, hayatta onu neler beklediğini öğrenmek için türlü yollara başvurmuştur. Ancak hiçbir zaman tam anlamıyla geleceğini görmeyi başaramamış, geleceğin getirdiği belirsizliğin yükünden kurtulmak için çabalayıp durmuştur. Oğuz Atay ise Tutunamayanlar eserinde insan hayatının tahmin edilmesinin aslında mümkün olabileceğini matematiksel yollarla kurgulamıştır: “Hayatın Koordinatları deyiminden kısaca şunu anlıyoruz: bir insanın, belirli bir zamanda, belirli bir yerde ve belirli şartlar altında ne yapmış olduğunu bilirse bu bilinenlerle, yani hareket ve zaman boyutlarının önceden tesbiti ile, bu verilere dayanarak yazılan ve sabit katsayıları, o insanın tayin edilmiş özellikleriyle belirlenen denklemlerin, zaman değişkenine göre çizilen eğrileri, bize o insanın ileride ne gibi şartlar altında ne yapacağını gösterir. Şimdiye kadar yaptığım incelemeler, dokuz bilinmeyenli, yani dokuz eksenli bir sistemde bir insanın bütün hayatının denkleminin yazılabileceği ve buna istinaden de hayatın koordinatları metoduyla varlığının ifade edilebileceği merkezindedir. Böylece, insan hayatına ait bütün meselelerin önceden, yani yaşanmadan, çözülebilmesi imkân dahiline giriyor.”

Atay, böylelikle insanı matematiksel boyutlara taşımış ve geleceğini tahmin etmek için kurduğu sisteme “Hayatın Koordinatları” adını vermiştir. Hayatın koordinatları sistemine göre insanın belirli zamanda, belirli yeri ve belirli hareketi bilinirse gelecekte yaşanacakların tahmin edilmesi, hatta olayların çözülebilmesi imkân dahilindedir. Peki ya hayatın koordinatları nasıl mümkün olabilir?

Aslında Oğuz Atay’ın kurduğu hayatın koordinatlarıyla insanı bir vektör şeklinde yazıp diferansiyel denklemlerle geleceğini hesaplamak mümkün olmalıdır. Atay’ın ileri sürdüğü bu düşünceyi matematiksel boyuta taşıyacak olursak, insanı doğal olarak zamana bağlı olarak değişen bir fonksiyon olarak ifade etmek mümkündür. Zamanı t , insanın o zamandaki durumunu $x(t)$ ve davranışlarını belirleyen fonksiyonu da f ile gösterelim. Böylelikle insanın değişimi $\frac{dx}{dt} = f(t, x(t))$ şeklinde yazılabilir. Bu gösterimde $x(t)$ tek bir sayı değil, çok değişkenli bir vektördür. Çünkü insan yalnızca tek yönlü bir varlık değildir. Psikolojik durumu, sosyal çevresi, geçmiş deneyimleri, ekonomik koşulları, alışkanlıkları ve daha birçok etkenin aynı anda var olmasıyla değişim gösterir. (Bu etkenlerin hepsi f fonksiyonunun içindedir.) Bu nedenle insan $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ şeklinde yazılır. Bu vektör gösterimi de Atay’ın bahsettiği dokuz bilinmeyenli sisteme karşılık gelir.

Artık insan davranışı bir diferansiyel denklemle ifade edilmiş olur. Ancak bu denklemde her zaman sabit katsayılar yer alamaz. Sabit katsayılı bir denklemle modelleme yapılması durumunda davranış zamandan ve dış etkenlerden bağımsız bir şekilde aynı ilerlemelidir. Ancak insanın davranışını etkileyen şeyler sık sık değişim gösterebilir ve bu nedenle denklemdeki katsayılar da değişken olmalıdır.

Şimdi belirttiğimiz gösterimleri kullanarak insan hayatını bir Cauchy, başlangıç değer problemi biçiminde yazabiliriz:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(t, x) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases}$$

Burada t zamanı, $x(t)$ insanın o zamandaki durum vektörünü ve $f(t, x)$ ise insanın bulunduğu koşullara göre davranışının nasıl değiştiğini belirleyen davranış fonksiyonunu gösterir. Bu problemde başlangıç koşulu olan $x(t_0) = x_0$ ifadesi, Oğuz Atay'ın hayatın koordinatları sisteminde bahsettiği belirli zamanda, belirli yerde ve belirli şartlar altında bulunan insanın başlangıç koşullarını temsil eder niteliktedir. Ancak insan hayatını bir diferansiyel denklem hâlinde yazabilmek ve bir Cauchy başlangıç problemi hâlinde belirtmek bu problemin çözülüp, insanın hayatındaki bir sonraki durumun tahmin edilebileceğini kesinleştirmez. Bunun kesinleşmesi ise Cauchy-Picard Teoremi'nin sağlanması ile mümkündür.

Cauchy-Picard (Temel Varlık ve Teklik) Teoremi bize şunu söyler:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

başlangıç değer problemini ele alalım. (x_0, y_0) noktasını içeren $R : [x_0 - a, x_0 + a] \times [y_0 - b, y_0 + b]$ şeklinde kapalı bir dikdörtgen olsun. Eğer, $f(x, y)$ fonksiyonu R üzerinde sürekli ise, ve f fonksiyonu y değişkenine göre Lipschitz koşulunu sağlarsa, yani $\forall (x, y_1), (x, y_2) \in R$ için $|f(x, y_1) - f(x, y_2)| \leq L|y_1 - y_2|$ eşitsizliğini sağlayacak şekilde bir $L > 0$ sabiti varsa, bu başlangıç değer probleminin x_0 'ın çevresinde $|x - x_0| \leq h$ olacak şekilde tanımlı bir çözümü vardır ve bu çözüm tektir. Yani Cauchy-Picard Teoremi'nin sonucu olarak **sürekliliğin çözümün varlığı** için yeterli olduğunu ve **Lipschitz koşulunun çözümün tekliğini** garanti ettiğini söyleyebiliriz. Bu iki koşulun var olması durumunda da denklem hem çözülür hem de bu çözüm tektir.

Hayatın koordinatları için; t zamanı, $x(t)$ insanın o zamandaki durum vektörünü ve $f(t, x)$ ise insanın bulunduğu koşullara göre davranışının nasıl değiştiğini belirleyen davranış fonksiyonu olacak şekilde

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(t, x) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad \text{başlangıç problemidir. Şimdi eğer bu başlangıç probleminin Cauchy-Picard Teoremi'ni}$$

sağladığını gösterirsek hayatın koordinatlarıyla insanın geleceğinin tahmin edilmesinin imkân dahilinde olduğunu görmüş oluruz ve Oğuz Atay'ın kurduğu sistem geleceği bilmeyi mümkün kılar. Ancak insan davranışını belirleyen $f(t, x)$ fonksiyonunun Cauchy-Picard Teoremi'nin koşullarını sağlaması gerçek hayatta mümkün değildir. İnsanın davranışlarına etki eden duygusal değişimler, travmalar, dış etmenler, çevresel koşullar, ani karar değişiklikleri hiçbir zaman sabit değildir. En iyi durumda bile en küçük dalgalanmalara yol açarlar. Bu da insan davranışının sürekliliğini bozar. Bu nedenle $f(t, x)$ fonksiyonunun R bölgesinde sürekli olması ihtimal dışındadır. Süreklilik sağlanmadığında ise Cauchy-Picard Teoremi'ne göre çözümün varlığı garanti edilemez.

Bunun dışında insanların en ufak değişimlerde bile gösterdikleri tepkiler beklendiği gibi olmayabilir. En ufak bir haberde, olayda çok büyük tepkiler gösterebilen insan, büyük bir kaos anında hiçbir tepki dahi vermeyebilir. Bu durum da $f(t, x)$ fonksiyonunun x değişkenine göre Lipschitz koşulunu sağlamasını ihtimal dışı kılar. Lipschitz koşulu, sistemdeki en küçük bir değişimin çıktıda da küçük ve kontrollü bir değişime yol açmasını ister, fakat insan davranışındaki değişimler koşulu sağlayacak L sabitinin varlığını imkânsız kılar. Yani $|x_1 - x_2|$ çok küçük bir olayı temsil etse bile $|f(t, x_1) - f(t, x_2)|$ çok büyük bir tepkiye karşılık gelebilir. Bu da Lipschitz koşulunu sağlayan L sabitini devre dışı bırakır. İnsan için Lipschitz koşulu sağlanmadığında ise çözümün tekliği ortadan kalkmış olur, yani hayatın koordinatlarında insanın belirli zaman ve durumda birden fazla şeyi aynı anda yaşıyor olması gerekir. Bu ise zaten mümkün değildir.

Hayatın koordinatlarını belirleyen $f(t, x)$ fonksiyonun Cauchy-Picard Teoremi'ni sağlaması mümkün değildir. Bu da demektir ki Oğuz Atay'ın hayatın koordinatları sistemiyle insanın geleceğinin tahmin edilebilmesi matematiksel olarak imkânsızdır. Çünkü çözümün varlığı insan yaşamıyla garanti edilemez, var olsa dahi tekliği sağlanamaz.

İnsanın hayatı matematiksel yöntemlerle bir fonksiyon hâlinde yazılıp, bir denklem ile geleceğinin hesaplanması mümkün olsa da yaşamın koşulları, hayatın dalgaları; Atay'ın "...*Böylece, insan hayatına ait bütün*

meselelerin önceden, yani yaşanmadan, çözülebilmesi imkân dahiline giriyor.” sözündeki imkân dahilini ortadan kaldırır. İnsan yaşamını etkileyen koşulları sabit, verdiği tepkiler aynı olan bir varlık olsaydı geleceği matematiksel yöntemlerle hesaplanabilirdi, ancak bu durumda insan, insan olmazdı.

■ Kaynaklar

- [1] Atay, Oğuz. Tutunamayanlar, İletişim Yayınları 2021.
- [2] Ross, Shepley L. Differential Equations, John Wiley & Sons 1984.