

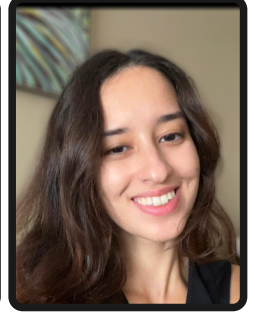
Matematiğin Aynasında Bilinç- dışı: Mantıktan Topolojiye Bir Yolculuk

AHSEN IRMAK KOCA¹ VE EKİN EVER²

¹Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü 4. Sınıf Öğrencisi

²Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü 4. Sınıf Öğrencisi

✉ kocaahsenirmak@gmail.com, everekin@gmail.com



Felsefe ve psikolojinin temel taşları olan bilinç ve bilinçdışı, doğaları gereği muğlak ve tartışmalı kavramlardır. Bu yazıda, söz konusu belirsizliğe rağmen matematiğin bu kavramlara nasıl formal bir yapı ve sistematik bir açıklama getirdiği ele alınacaktır. Bu doğrultuda, öncelikle matematiğin bilinçli düşünce süreçleriyle olan ilişkisi irdelenecek, ardından Lacan'ın, bilinçdışının yapısını Topoloji ve Gödel'in Eksiklik Teoremleri gibi matematiksel araçlarla modellediği teorik çerçeve analiz edilecektir.

İncelemeye, Galileo'nun matematiğin sadece insan zihninin bir icadı değil, aynı zamanda evrensel bir gerçeklik olduğuna işaret eden 'Evrenin kitabı matematik diliyle yazılmıştır' sözüyle başlamak yerinde olacaktır. Bu bağlamda bilinçli düşünce, en temel tanımla, dış dünyadaki yapılar ile iç dünyadaki semboller arasında tutarlı bir eşleşme kurabilme yeteneğidir. Bir zihnin iki farklı sistemin aynı yapıya sahip olduğunu kavraması, matematikteki izomorfizma kavramıyla paralellik gösterir. İzomorfizma, dışarıdan farklı görünseler bile iki yapının işleyiş kurallarının birebir eşleşmesidir; yani kabuk değişse de özün ve matematiğin aynı kalmasıdır.

Zihnin bu formal örgütlenişi, mantık biliminin de çıkış noktasıdır. Örneğin George Boole'un, mantığı matematikselleştirdiği eserine *'The Laws of Thought'* (Düşüncenin Yasaları) adını vermesi de bu ilişkinin tarihsel bir göstergesidir. Çünkü bilinçli düşünce, rastgele çağrışımlardan oluşan dağınık bir yapı değil, belirli aksiyomlar ve çıkarım kuralları üzerine kurulu sistematik bir süreçtir.

Bu açıdan bakıldığında bilinçli düşünce, matematiksel bir formal sistem gibi işler. Nasıl ki bir formal sistem temel bir alfabeye ihtiyaç duyuyorsa, düşünce süreci de temel kavramlara ve doğruluğu sorgusuz kabul edilen başlangıç noktalarına, yani aksiyomlara dayanır. Descartes'ın "Düşünüyorum, öyleyse varım" ifadesi, zihinsel bir aksiyom gibidir. Benzer şekilde modern matematik de kanıtlanmadan doğru kabul edilen bu aksiyomlardan yola çıkar. *Modus Ponens* veya tümevarım gibi mantık kurallarını kullanarak, bu temellerden yeni önermelerin nasıl türetilceğini belirler. Bu yapının merkezinde yer alan önermeler mantığı, ifadelerin kesin bir doğruluk değerine sahip olmasını sağlar. Böylece matematiksel dil belirsizlikten arınır ve düşüncenin grameri oluşmuş olur.

Önermeler mantığının kurduğu bu kesinlik zemini, daha karmaşık matematiksel yapıların da temelidir. Sadece ifadelerin doğruluk değerleriyle ilgilenen bu mantığın bir adım ötesinde, niceleyiciler ve fonksiyonlar aracılığıyla nesnelerin iç yapısını analiz eden Niceleme Mantığı (Yüklem Mantığı) yer alır. Modern matematiğin evrensel dili olan Zermelo-Fraenkel (ZF) Küme Teorisi de bu altyapı üzerinde yükselir. Dolayısıyla matematiksel mantık, bilinçli akıl yürütme yeteneğimizin formalize edilmiş en rafine hali olarak görülebilir. Bu sistemin nihai amacı tutarlılıktır. Matematiğin "bir şey aynı anda hem doğru hem yanlış olamaz" ilkesi, zihnimizi saçmalamaktan korur ve bizi mantıklı düşünmeye zorlar.

Bununla birlikte matematiksel dil, semboller sayesinde bizi somut eşyaların sınırlarından kurtarır ve soyut düşünmemizi sağlar. Dilin en temel işlevi olan düşünce aktarımı, matematiksel dil sayesinde kültürel

veya kişisel yorum farklılıklarından arınarak kesinlik kazanır. Örneğin $2+2=4$ önermesinin doğruluğu, kimsenin kişisel yorumuna bağlı değildir; bu da bilgiyi evrensel ve tartışılmaz kılar.

■ Matematik sadece bilinçli düşüncede mi vardır?

Peki, matematik sadece farkında olduğumuz düşünceleri mi açıklar? Bunu anlamak için bilinçdışının ne olduğuna bakmalıyız. Bilinçdışı, beyinde elle tutulur bir bölge değil, teorik bir varsayımdır. Psikanalist Otto Fenichel'e göre bu varsayım olmadan davranışlarımızı anlamamız ve geleceği öngörmemiz imkânsızdır. Fenichel bu durumu şu sözlerle ifade eder:

Bilinçdışının var olduğu, psikanaliz bilinçli fenomenleri bilimsel olarak açıklamaya ve anlamaya çalıştığı andan itibaren kendini kabul ettiren bir varsayımdır. Bu varsayım olmaksızın, sadece kendi ilişkileri içindeki bilincin verileri anlaşılabilir olarak kalırlar; bu varsayım sayesinde tüm bilimsel başarıları karakterize eden bir şey imkân dahiline girer: Geleceği önceden söyleyebilmek ve sistematik bir etki yaratabilmek.

Jacques Lacan ise olaya daha mantıksal yaklaşır. Ona göre bilinçdışı, insanın dille kurduğu ilişkinin mecburi bir sonucudur. Descartes'ın "Düşünüyorum, öyleyse varım" sözü, dilsiz bir düşüncenin olamayacağını gösterir. Burada matematik ve dil birbirine çok benzer. Geometrideki nokta veya doğru, fiziksel dünyada tam olarak yoktur ama sistemin işlemesi için gereklidir. Matematiksel akıl yürütme de aslında özel bir dilin sınırlarını keşfetme oyunudur.

Lacan, dilin hem öznenin hem de dış gerçeklikten bağımsız olan bu özerk yapısını *Simgesel Düzen* olarak tanımlar. Biz kendimizi her şeye hâkim bir 'Ben' sansak da aslında bu bir yanılsamadır. Dil, bizim altımızda işleyen dev bir yapıdır; biz dili değil, dil bizi yönetir. Lacan'ın "Bilinçdışı bir dil gibi yapılanmıştır" sözü tam da bunu anlatır; bilinçdışımız da rastgele değil, dilin kuralları gibi örgütlüdür.

Bu yaklaşım, soyut cebirdeki yapılara çarpıcı bir paralellik gösterir. Örneğin bir grup veya halka yapısında elemanlar, tek başlarına değil; aksiyomların tanımladığı ilişkiler aracılığıyla anlam kazanırlar. Lacan'da da semboller tek başlarına değil, ilişkisel ağ içinde değer kazanır; özne bu ağın kurallarına göre şekillenir.

Bu yapısal paralellik, 'eksiklik' kavramı üzerinden matematiğin en derin konularından birine, Kurt Gödel'in Eksiklik Teoremleri'ne uzanır. Lacan'ın, insan öznesinin doğasında doldurulamaz bir boşluk olduğu (Arzu nesnesinin eksikliği) fikri, Gödel'in teoremleriyle metaforik bir benzerlik taşır. Gödel, aritmetik gibi yeterince karmaşık sistemlerin kendi tutarlılıklarını, yine kendi kurallarını kullanarak asla tam olarak ispatlayamayacağını kanıtlamıştır. Yani, bu tür her sistemde doğru olduğu halde ispatlanamayan, karar verilemez noktalar mutlaka bulunur.

Bunun psikanalizdeki yansıması şudur: Nasıl ki aritmetiği kapsayan bir formal sistem kendi içinde kapalı ve kusursuz bir bütün olamıyorsa, dilin içine doğan insan zihni de asla tam ve eksiksiz olamaz. Bilinçdışı, işte bu sistemin kapatamadığı boşluk veya mantıksal bir açık olarak işler. Kısacası Lacan'ın bahsettiği eksiklik, dilin yapısından kaynaklanan zorunlu bir sonuçtur; tıpkı hiçbir formal sistemin kendi tutarlılığını tek başına garanti edememesi gibi.

■ Bilinçdışının Topolojik Formalizasyonu

Jacques Lacan, psikanalizi daha bilimsel bir zemine oturtmak ve Freudyen kavramları somutlaştırmak amacıyla matematiğin bir alt dalı olan topolojiye başvurmuştur. Lacan için topolojik yüzeyler yalnızca birer metafor değil, bilinçdışının yapısının işleyişine dair birer modeldir. Bu bağlamda, bilinçdışının yapısal paradokslarını modellemek için üç temel topolojik nesne öne çıkar: Möbius şeridi, Torus ve Borromean düğümleri.

İlk olarak Möbius Şeridi, geleneksel iç ve dış ayrımını ortadan kaldıran ve topolojide yönlendirilemez olarak tanımlanan yapısıyla dikkat çeker. Alışıl gelmiş yüzeylerin aksine, Möbius şeridinde bir sınır çizgisi

aşılmadan, sadece yüzey üzerinde ilerleyerek dışarıdan içeriye geçmek mümkündür. Bu durum, mekânsal algımızdaki ikiliği yıkan somut bir geometrik paradokstur. Matematiksel olarak tek yüzlü ve tek kenarlı olan bu şerit, üç boyutlu Öklid uzayı içinde şu parametrik denklemlerle ifade edilebilir:

R merkez yarıçapı, $2w$ şerit genişliği ve $v \in [-w, w]$ olmak üzere;

$$x(u, v) = (R + v \cos(u/2)) \cos(u)$$

$$y(u, v) = (R + v \cos(u/2)) \sin(u)$$

$$z(u, v) = v \sin(u/2)$$

matematiksel denklemleri karmaşık olsa da, felsefesi basittir: 'Ben' ve 'Öteki' arasında kesin bir duvar yoktur; bilinç ve bilinçdışı birbirine sürekli akan bir döngüdür.



Şekil 1. Kaynak: Wikipedia - Möbius strip

İkinci önemli yapı, Torus (Simit) yüzeyidir. Bir çemberin, kendisini kesmeyen bir eksen etrafında döndürülmesiyle elde edilen bu yüzey, şu parametrik denklemlerle tanımlanır:

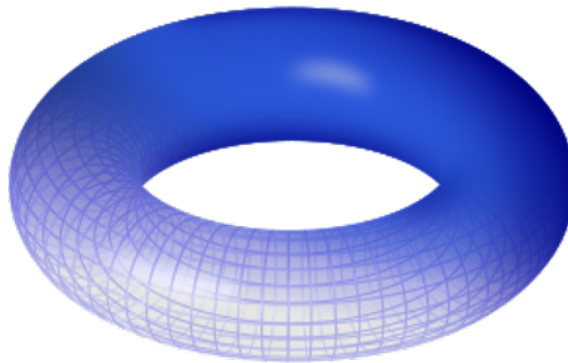
R Büyük yarıçap, r küçük yarıçap ve $\theta, \varphi \in [0, 2\pi)$ olmak üzere;

$$x(\theta, \varphi) = (R + r \cos(\varphi)) \cos(\theta)$$

$$y(\theta, \varphi) = (R + r \cos(\varphi)) \sin(\theta)$$

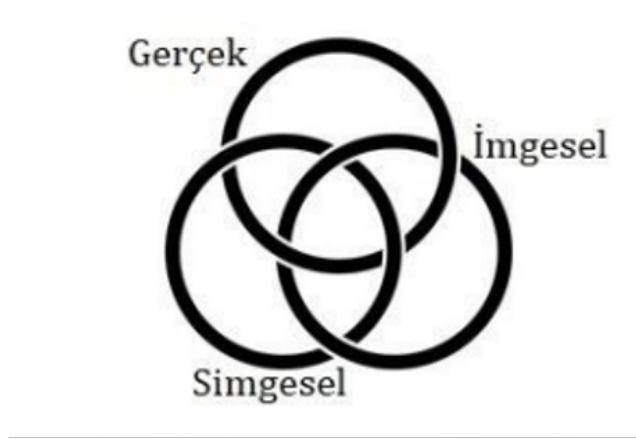
$$z(\theta, \varphi) = r \sin(\varphi)$$

Lacan, Torus'un geometrik yapısındaki merkezi boşluğu, 'Arzu' ve 'Nesne' kavramlarını açıklamak için kullanır. Arzu, bu boşluğun etrafında dönüp duran sonsuz bir turdur. Torusun var olması için o boşluk şarttır; insanı var eden de içindeki bu eksikliklerdir.



Şekil 2. Kaynak: Wikipedia - Simit (geometri)

Son olarak Borromean Düğümleri, Düğüm Teorisine özel bir topolojik yapıdır. Üç halkanın birbirine geçtiği bu yapıda, herhangi iki halka birbirine bağlı değildir; ancak üçü bir aradayken kilitli durumdadırlar. Halkalardan sadece biri kesildiğinde, diğer ikisi de serbest kalır. Lacan bunu insanın gerçekliğini oluşturan üçlüye benzetir: Gerçek, Simgesel ve İmgesel. Eğer bunlardan biri (mesela Simgesel düzen) koparsa, kişinin gerçeklik algısı tamamen dağılır ve psikoz ortaya çıkar.



Şekil 3. Kaynak: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/804493>

■ Matematik Bize Bilinçdışı Hakkında Ne Söyler?

Sonuç olarak matematik yalnızca bilinçli aklın bir aracı değil, aynı zamanda bilinçdışı süreçleri modelleyen yapısal bir dildir. Mantık, bilinçli düşüncemizin kurallarını koyarken; topoloji ve Gödel'in teoremleri, bilinçdışının o garip, paradoksal yapısını çözmemize yardım eder.

Topoloji bize bilinçdışının içi dışı olmayan (Möbius) veya ortası boş (Torus) bir yapı olduğunu gösterir. Gödel ise, insanın doğası gereği eksik bir varlık olduğunu ve bu eksikliğin bizim kimliğimizi oluşturduğunu kanıtlar. Yani matematik bize şunu söyler: Bilinçdışı da bir dil gibi kurulmuştur, ama kendi kendini asla tam olarak ispatlayamayan, doğası gereği yarım kalmış bir sistemdir.

■ Kaynaklar

- [1] Boole, G. (1854). The Laws of Thought. London: Macmillan and Co.
- [2] Hofstadter, D. R. (2001). Gödel, Escher, Bach: Bir Ebedi Gökçe Belik. (E. Büyükaka, Çev.). İstanbul: Kbalcı Yayınevi.
- [3] Kaçar, E. (2018). Lacan ve Topoloji. FLSF Felsefe ve Sosyal Bilimler Dergisi, (25), 535-554.
- [4] Lacan, J. (2013). Seminer 20: Yine (Encore). (S. M. Tura, Çev.). İstanbul: Metis Yayınları.
- [5] Lacan, J. (2014). Seminer 23: Sinthome (Le Sinthome). (M. Çiçek & S. M. Tura, Çev.). İstanbul: Metis Yayınları.
- [6] Ragland, E. & Milovanovic, D. (Ed.). (2012). Lacan: Topologically Speaking. (Y. Algan, Çev.). İstanbul: Metis Yayınları.
- [7] Tura, S. M. (2005). Freud'dan Lacan'a Psikanaliz. İstanbul: Kanat Yayınları.