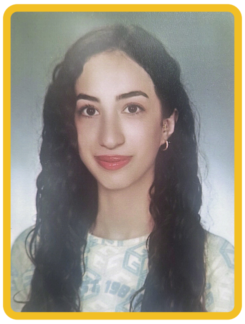
DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Belirsizliğin İçindeki Başlangıç Koşulu Umut



NERİMAN DAVULCU[1] VE ZEYNEP ÖZDEM[2]

[1] *Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü*
[2] *Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü*
nerimandavulcu@hacettepe.edu.tr, zeynepozdem@hacettepe.edu.tr

Akademik Danışman: Prof. Dr. Sultan Eylem Toksoy
Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü

Matematik insanlık tarihi boyunca sadece sayılarla yapılan bir hesaplama sanatı değil, evrenin karmaşasını anlamlandırma çabası olmuştur. Ancak matematiğin çoğu zaman gözden kaçan yönleri vardır. Bunlardan iki tanesi matematiğin duygusal ve felsefi yapısıdır. Her yıl 14 Mart'ta, π sayısının o gizemli ve sonsuz basamaklarının (3, 14 ...) izinde kutladığımız Uluslararası Matematik Günü kapsamında, bu yıl sayılardan çok kavramların arasındaki köprüler ele alınacaktır. Bu köprülerin en güçlüsü matematik ile yaşamın ortak paydası olan umuttur.

Matematiksel bir kavram olarak asimptot, bir f(x) fonksiyonunun grafiği üzerindeki $(x, f(x))$ noktası ile orijin arasındaki uzaklık sonsuza yaklaşırken bu noktanın gittikçe daha fazla yaklaştığı bir L doğrusudur.

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = L$$

Bu durumda L, f'nin asimptotudur veya f'nin grafiği L'ye asimptot olarak yaklaşır denir (bkz. [5]). Yani, bir fonksiyonun değerleri belirsizliğe doğru savrulurken asimptot ona bir doğrultu vererek kaosu bir sınır içine hapseder. İşte gerçek hayatta da bu referans doğrusu bir insana ışık tutan umutla ilişkilendirilebilir. Matematikte bir fonksiyonun tanımsızlığı söz konusu olduğunda sonuca yaklaşmak için limit kullanılır. Hayatın çıkmaz sokaklarında ise umut o limite ulaşmak için kullanılan en büyük cesarettir.

Ünlü matematikçi ve teorik fizikçi Henri Poincaré'ye göre matematik yapmak sadece çözümler bulmak değil doğru soruları sormaktır [4]. Poincaré aslında umudun entelektüel tanımını yapmıştır. İnsanlar matematik ve umut kavramlarını birbirinden bağımsız şeyler olarak yorumlarlar, fakat sanılanın aksine matematiğin gerek koşulu umuttur. Çünkü bir problemin çözülebileceğine dair içsel bir inanç (yani, umut) taşımayan hiç kimse o problemin başında saatlerce sorgulama yapmaz. Bu iki kavram, insanın belirsizliklerle mücadelesinin sayılar ve duygular olmak üzere iki farklı dilde ifade edilişidir. Albert Einstein'ın [3]'de önemli olan sorgulamayı bırakmamaktır sözüyle desteklediği bu fikir, umudun sadece bir cevap değil, arayışın kendisi olduğunu kanıtlar. İnsanı o zorlu sorgulama sürecine iten asıl güç içindeki umuttur.

Hayat çoğu zaman ilk bakıldığında çözümsüz gibi duran çok değişkenli ve karmaşık bir diferansiyel denkleme benzer. Diferansiyel denklemler bir sistemin değişim oranlarını temsil eder. Tıpkı hayatın sürekli değişen hızı ve yönü gibi. Böyle anlarda matematiksel mantığın en temel direklerinden biri olan Cauchy-Picard Varlık ve Teklik Teoremi devreye girer. Teoremin matematiksel ifadesi şöyledir:

f ve $\partial f/\partial y$ fonksiyonlarının t_0 ve y_0 noktalarını içeren bir,

$$R = \{(t, y) : \alpha < t < \beta, \gamma < y < \delta\} \tag{1}$$

dikdörtgensel bölgesinde sürekli olduğu varsayılsın. Bu durumda, t_0 noktasını içeren bir $I = (t_0 - h, t_0 + h)$ aralığında (burada $h > 0$),

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0 \tag{2}$$

başlangıç değer probleminin bir ve yalnız bir (tek) $y = \phi(t)$ çözümü vardır (bkz [2]).

Bu teorem diferansiyel denklemin bir çözümü olduğunu garanti eder ki bu umudun matematiksel dayanağıdır. Yani, umudun sadece bir ihtimal değil; doğru koşullar altında kesin bir varlık olduğunu simgeler. Çözümün eşsiz olduğunu söyler ki bu da, ulaşılan sonucun rastgele değil, kesin olduğunu simgeler. Süreklilik şartı ise umuda giden yolun belirli bir düzen içinde olması gerektiğini akademik bir dille açıklar.

Gerçek hayatta başlangıç koşulu umut etmektir. Eğer başlangıç değerinizde umut yoksa, denklem matematiksel olarak tanımlı kalsa da ruhsal olarak çözümsüzdür. Umut bir kez başlangıç koşulu olarak atandığında uygun koşullar altında çözümün varlığı artık bir ihtimal değil matematiksel bir zorunluluktur.

Soyut matematiğin kalbi olan tümevarım yöntemini ele alacak olursak, bu yöntem aslında umudun sistematik bir ispatıdır. Bir önermeyi ispatlarken attığımız adımlar insan yaşamının evrelerini temsil eder. Kanıtlamak istediğimiz önermenin doğruluğu varsayılan ilk değer için gösterdiğimiz ilk adım, hayatta o güne kadar yaşanan sıradan ama gerçek olayların varlığını temsil eder. İkinci aşamada önermenin belirli bir değere kadar doğru olduğu kabul edilir. Bu ise insanın potansiyelini, o noktaya kadarki başarılarını ve kendisini kabul edişini simgeler. Son adım ise ispatın en kritik yeridir. İnsan umut ederek kendisini bir adım daha ileriye taşımayı hedefler. Bu başarıya ulaşıldığında bulunulan noktadan daha ileri bir noktaya varılmış olur ve teknik olarak kanıt biter. Fakat hayatta umut hiç bitmez. Çünkü ulaşılan hiçbir nokta son durak değildir. Umut daima yaşanmayı bekleyen çok daha güzel bir ihtimalin var olduğunu söyler.

Sonuç olarak umut sadece suda boğulmak üzere olan bir insanın aradığı cankurtaran değildir. İnsanın yaratılışında olan ve bazen de sadece daha iyiyi hedeflerken duyulan saf inançtır. Ernst Bloch'un Umut İlkesi'nde belirttiği gibi, insan her zaman henüz olmamış olana yönelir (bkz. [1]). Bu yönelim, matematiğin bilinmeyen bir teoremi kanıtlama çabasındaki gibi mevcudun ötesine geçme arzusudur.

14 Mart Dünya Matematik Günü'nde unutulmamalıdır ki matematik sadece hesap yapmayı değil, en karmaşık denklemlerin bile doğru bir başlangıç koşuluyla çözülebileceğini öğretir. İnsanoğlu hayat denilen bu devasa teoremin içinde umudu bir aksiyom kabul eder. Matematikte çözüm yolları tükenmiş gibi görünebilir ama umut bittiğinde yaşamın sonu gelmiş demektir. İnsan sorgulamayı ve her zaman bir sonraki adıma inanmayı sürdürmelidir.

■ Kaynaklar

[1] Bloch, E. (2012). Umut İlkesi (Cilt 1). (Çev. Tanıl Bora). İletişim Yayınları.

[2] Boyce, W. E. ve DiPrima, R. C. (2012). Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. John Wiley & Sons.

[3] Miller, W. (1955). Death of a Genius. Life Magazine, 38(18), 64.

[4] Poincaré, H. (1986). Bilim ve Metot. MEB.

[5] Silverman, R. A. (1992). Calculus ve Analitik Geometr 1. (Çev. Barış Sınav ve Devrim Sınav). syf. 188.