

Matematiğin Umut İnşası

BEGÜM VURAL¹ VE SELİN YÜCEBAŞ²

¹Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü

²Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü

✉ bgmsoshiny@gmail.com, cekimselinyucebas@gmail.com

Akademik Danışman: Prof. Dr. Selma Özçağ
Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü



Umut, iyi bir geleceğin mümkün olabileceğini düşünmektir. Bazı başlangıç koşullarını değiştirip geliştirdiğimiz takdirde “iyi gelecek” ifadesinin çelişkili olmayacağına dair matematiksel bir sezgidir. Umut kavramını matematiğin içinden bir parça olan ontolojik ispat çerçevesinde incelediğimizde, bireyin içinde bulunduğu yapıyı yeniden düzenlemesiyle iyi bir geleceğin mantıksal olarak mümkün olabileceğini görürüz.

İyi bir gelecek hakkında umudu olmayan bir kişinin temel iddiası: “Bu şartlarda mümkün değil.”dir. Bu noktada çelişkiyi “iyi gelecek” ifadesinde değil mevcut şartlarda aramamız gerekmektedir. Şartların iyileştirilebilirliği iyi geleceği mümkün kılacaktır.

Model teorisine göre birinci derece mantıkta eğer çelişki içermeyen bir aksiyom sistemi varsa (sistem tutarlıysa), bu sistemin en az bir modeli vardır. Bu demek oluyor ki çelişkisizlik, en az bir yapıda “gerçekleştirilebilirliği” beraberinde getirir. Başka bir deyişle mantıksal olarak çelişmeyen yapı, en az bir modelde mümkündür.

Bundan sonra umut kavramını “iyi bir geleceğin mümkün olabileceğine inanmak” olarak tanımlayalım ve matematiksel olarak ifade edelim.

$$f : D \rightarrow R$$

bir fonksiyon olsun.

D : {kazanılan beceriler, tolerans kapasitesi, istekler, ...},

R : mümkün gelecekler uzayı,

(G : hedef küme) $G \subseteq R$: iyi gelecekler kümesi.

İncelememiz gereken soru şudur:

$$f(D) \cap G \neq \emptyset$$

mi? Diğer bir deyişle tanım kümesinden ulaşılabilecek sonuçlar içerisinde iyi bir gelecek var mı? Eğer tanım kümesi D_1 dar bir küme ise bunun karşılığı “az seçenek, az hareket alanı”dır. Öyleyse

$$f(D_1) \cap G = \emptyset$$

olabilir. Eğer birey veya toplum için bu sonuç çıkıyorsa bu durum iyi bir geleceğin yokluğunu değil, D tanım kümesinin darlığını ifade eder. Eğer ki $D_1 \subseteq D_2$ olacak şekilde daha geniş bir D_2 şartlar kümesi varsa fonksiyonun görüntü kümesi de genişler ve erişilebilir sonuçlar kümesi büyür:

$$f(D_1) \subseteq f(D_2)$$

Buradan çıkarılacak sonuç şudur: İyi bir geleceğin mümkün olup olmaması kapasite uzayına bağlıdır. Matematiksel olarak umut, $f(D)$ görüntü kümesini G ile kesişecek düzeye getirecek dönüşümü başlatmaktır. Ontolojik ispat ve model teorisi bize gösterir ki kötü bir gelecek zorunlu değildir. “Bu şartlarda iyi bir gelecek mümkün değil” ifadesindeki çelişki “iyi gelecek”te değil yetersiz tanım kümesindedir. Tanım

kümesi genişledikçe geleceğin iyiliğiyle çelişen durumlar giderek ortadan kalkabilir. Bununla beraber umut kavramı irrasyonel bir beklentiden ibaret olmayarak matematiksel ve yapısal bir tercih haline gelir.

Tüm bunların sonucunda iyi geleceğin mümkünlüğü; kötü geleceğin zorunlu olmadığını kabul edip tanım kümesini genişletmekten geçiyor. Matematik, ontolojik ispat ve model teorisi; umut kavramını yeniden yorumlarken bize ışık tutar.

■ Kaynaklar

- [1] Hodges, W. (1993). *Model Theory*. Cambridge University Press.
- [2] Anselm of Canterbury.
- [3] Gödel, K. (1995). Ontological proof. In S. Feferman et al. (Eds.), *Kurt Gödel: Collected Works, Vol. III*. Oxford University Press.
- [4] Mendelson, E. (2015). *Introduction to Mathematical Logic* (6th ed.) CRC Press.
- [5] Shoenfield, J.R. (1967). *Mathematical Logic*. Addison-Wesley.