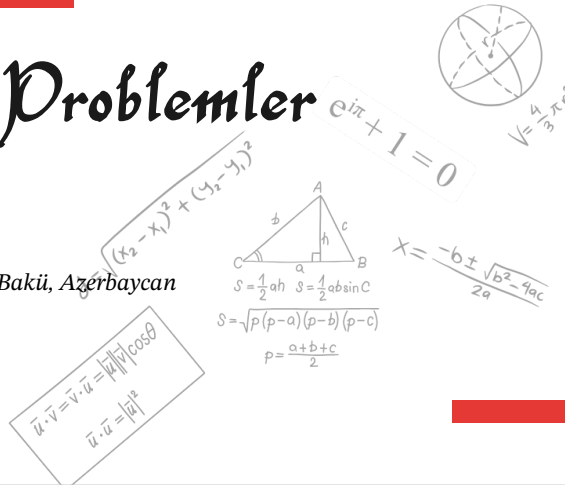


# Meraklısına Problemler

REFAİL ALİZADE

ADA Üniversitesi Matematik Bölümü, Bakü, Azərbaycan

✉ refailalizade@yahoo.com



## Problem 1.

$a, b, c$  sayıları  $a^3 + b^3 = 2^c$  eşitliğini sağlayan pozitif tam sayılar olsun. Bu durumda  $a = b$  olduğunu kanıtlayınız.

## Problem 2.

$ABC$  üçgeni,  $A$  köşesinde dik açılı bir üçgen olsun ve  $|AB| > |AC|$  koşulu sağlansın.  $ABC$  üçgeninin çevrel çemberine  $A$  noktasında teğet olan doğru,  $BC$  doğrusu ile  $P$  noktasında kesişmektedir.  $P$  noktası  $BD$  doğru parçasının orta noktası olacak şekilde bir  $D$  noktası tanımlansın.  $D$  noktasından geçen ve  $AP$  doğrusu ile paralel olan doğru,  $ACD$  üçgeninin çevrel çemberini  $A$  dışındaki bir  $E$  noktasında tekrar kesmektedir.

Bu durumda  $A$  noktasının  $EBP$  üçgeninin iç teğet çemberinin merkezi olduğunu gösteriniz.

## Problem 3.

Her bir birim karesinde pozitif bir tam sayı bulunan  $2016 \times 2016$  boyutlarında bir ızgara verilmiştir. Bu ızgara üzerinde aşağıdaki iki tür hamlenin yapılabildiği bir oyun düşünün:

- Bir satır seçip o satırdaki tüm sayıları 2 ile çarpabilirsiniz.
- Bir pozitif tam sayı ve bir sütun seçip, seçtiğiniz sayıyı o sütundaki tüm sayılardan çıkarabilirsiniz.

Bütün sayılar sıfır olduğunda oyunu kazanmış oluyorsunuz. Bu kurallara göre, sonlu sayıda hamleyle oyunu her zaman kazanmak (yani tüm sayıları sıfırlamak) mümkün müdür?

## Problem 4.

Aşağıdaki şekilde tanımlanan  $a_1, a_2, a_3, \dots$  dizisini ele alalım:  $a_1 = 1$  ve  $n \geq 2$  için

$$a_n = n - \left\lfloor \sqrt{a_{n-1}} \right\rfloor.$$

Buna göre dizinin  $a_{800}$  terimini bulunuz. (Not. Burada  $\lfloor x \rfloor$  ile  $x$ 'ten küçük ya da eşit en büyük tam sayı gösterilmektedir).

## Problem 5.

Altı ardışık tam sayıdan oluşan herhangi bir dizide

$$(x^2 + 1)(x^4 + 1)(x^6 - 1)$$

ifadesi 2016'nın bir tam katı olacak şekilde en az bir  $x$  tam sayısı bulunduğunu kanıtlayınız.