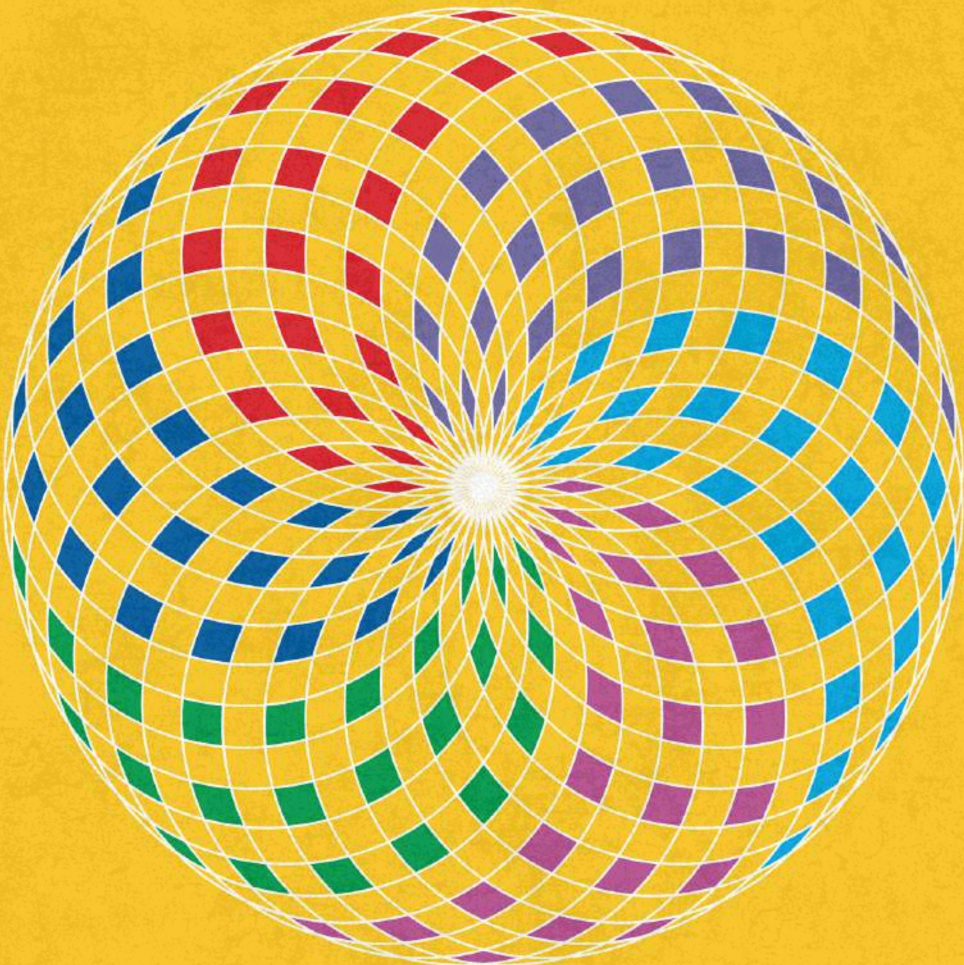
Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü

HACETTEPE LİSANS MATEMATİK DERGİSİ



DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI

MATEMATİK VE UMUT

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 14 MART

https://matematikdergisi.hacettepe.edu.tr

İçindekiler

2 Editör Kurulundan

4 2026 Dünya Matematik Günü Etkinliğimizden Kareler

8 Gödel'in Açtığı Pencere: Eksikliğin İçindeki Umut
Berkay Atlı

10 Epsilon Kadar Yakın: Umudun Matematiği
Ayşenur Öcal

13 Hayat Oyunu, Kurduğumuz Bağlar ve İzole Köşeler
Turan Efe Ocak

16 Belirsizliğin İçindeki Başlangıç Koşulu Umut
Neriman Davulcu, Zeynep Özdem

18 Ramanujan Örneğinde Matematik ve Umut
Berkay Düşünceli, Aybüke Söydin

21 Bir Matematikçinin Serüveni
Yaren Naz Tekingündüz

24 Denklemin Sağ Yanı: Umudun Matematiği
Ahmet Sevmen

27 Sonsuz İhtimal, Tek Umut
Arzu Safarova, Zeynep Örenç

30 Matematiğin Umut İnşası
Begüm Vural, Selin Yücebaş

32 Matematiksel Umut: İspat Öncesi Bir Kabul
Berat Yiğit Katırcı

34 Matematik Yapmanın Gerek Koşulu: Umut Etmek
Elifnaz Ömeroğlu, Sevgi Senem Çetinkaya

36 Bulanık Uzayda Özdeğerini Korumak
Emir Düztaş

38 Matematikteki Gizli Sır: Umut
Ezgi Tuncer

40 Romeo ve Juliet'e Matematiksel Bir Bakış: Aşk Denklemlerinde Umudu Tanımlamak
Hatice Nur Kabak

44 Umudunu Kaybetmeyen Kadın Matematikçiler
İdil Ün

46 Bağlantılı Yollar: Matematik ve Umut
Muhammet Safa Aydemir, Mustafa Erdoğan

48 Gordion Düğümü
Raziye Gazan

50 Matematiğin İki Yüzü: Umut ve Trajedi
Sualp Kula, Mustafa Yankı Kocatürk

52 Belirsizlikten Görünmezliğe: π'den Gökyüzüne Matematiğin Umudu
Sude Naz Baysal

Editör Kurulundan

Değerli Okurlarımız,

Her yıl 14 Mart'ta kutlanan Uluslararası Matematik Günü, matematiğin evrensel dilini, düşünsel zenginliğini ve insanlık için taşıdığı değeri hatırlamak için önemli bir vesile sunmaktadır. 2026 yılı Uluslararası Matematik Günü'nün temasının "Matematik ve Umut" olarak belirlenmesi, bizlere matematiği yalnızca soyut bir düşünce alanı olarak değil, aynı zamanda insanın bilme, anlama, keşfetme ve geleceğe yönelme çabasının güçlü bir ifadesi olarak yeniden düşünme imkânı vermiştir.

Bir önceki sayımızda, 14 Mart Uluslararası Matematik Günü kapsamında düzenleyeceğimizi duyurduğumuz "Matematik ve Umut" temalı makale yarışmasının sonuçlarını ve bu yarışmaya gönderilen yazıları içeren özel sayımızla okurlarımızın karşısındayız.

Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü olarak bu yıl Uluslararası Matematik Günü etkinlikleri kapsamında, ülkemizin farklı üniversitelerinde matematik öğrenimi gören lisans öğrencilerine yönelik "Matematik ve Umut" temalı bir makale yarışması düzenledik. Yarışmaya, 8 farklı üniversiteden 28 öğrenci, 21 yazı ile katılım sağladı. Sosyal medya üzerinden yaptığımız sınırlı duyuruya rağmen gösterilen bu ilgi ve katılım, matematiğin genç zihinlerde ne kadar canlı, üretken ve ilham verici bir karşılık bulduğunu bizlere bir kez daha gösterdi.

Etkinliğimiz kapsamında Akdeniz Üniversitesi Matematik Bölümü Öğretim Üyesi Doç. Dr. Ayhan Dil, "Gidiş Yolundan Puan Almak" başlıklı konuşmasıyla bizlerle birlikte oldu. Matematiğe, öğrenmeye ve düşünmeye dair samimi ve ufuk açıcı değerlendirmeleriyle etkinliğimize değerli bir katkı sundu. Kendisine davetimizi kabul ettiği ve bizlerle bu güzel konuşmayı paylaştığı için içtenlikle teşekkür ederiz.

Makale yarışmasına gönderilen yazılar; temaya uygunluk, özgünlük, düşünsel derinlik, dil ve anlatım gücü gibi ölçütler dikkate alınarak değerlendirildi. Bir önceki sayımızda, yarışma sonucunda seçilen makalelerin dergimizin bir sonraki sayısında yayımlanacağını belirtmiştik. Ancak değerlendirme süreci sonunda gördük ki, gönderilen yazıların her biri kendi içinde emek, samimiyet ve özgün bir bakış taşıyordu. Bu nedenle başlangıçtaki düşüncemizi genişleterek, tarafımıza iletilen tüm yazıların Hacettepe Lisans Matematik Dergisi'nde bir "Dünya Matematik Günü Özel Sayısı" kapsamında yayımlanmasına karar verdik.

Yarışma sonucunda dereceye giren ve özel ödüle layık görülen yazılar şu şekildedir:

Birincilik Ödülü: "Gödel'in Açtığı Pencere: Eksikliğin İçindeki Umut" başlıklı yazısıyla Hacettepe Üniversitesi'nden Berkay Atlı.

İkincilik Ödülü: "Epsilon Kadar Yakın: Umudun Matematiği" başlıklı yazısıyla Hacettepe Üniversitesi'nden Ayşenur Öcal.

Üçüncülük Ödülü: "Hayat Oyunu, Kurduğumuz Bağlar ve İzole Köşeler" başlıklı yazısıyla Bursa Teknik Üniversitesi'nden Turan Efe Ocak.

Matematik ve Umut Özel Ödülü: "Belirsizliğin İçindeki Başlangıç Koşulu Umut" başlıklı yazılarıyla Hacettepe Üniversitesi'nden Neriman Davulcu ve Zeynep Özdem.

π Özel Ödülü: "Ramanujan Örneğinde Matematik ve Umut" başlıklı yazılarıyla Hacettepe Üniversitesi'nden Berkay Düşünceli ve Aybüke Söydin.

Özgünlük Ödülü: "Bir Matematikçinin Serüveni" başlıklı yazısıyla İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü'nden Yaren Naz Tekingündüz.

Bu özel sayıda yer alan yazılar, matematiğin yalnızca formüllerden, teoremlerden ve ispatlardan ibaret olmadığını; aynı zamanda insan zihninin umutla kurduğu yaratıcı bir ilişki alanı olduğunu gösteriyor. Öğrencilerimiz kimi zaman Gödel'in eksiklik teoremlerinden, kimi zaman Ramanujan'ın hayatından, kimi zaman Hayat Oyunu'ndan, kimi zaman belirsizlikten, kimi zaman da matematiksel düşüncenin kişisel bir serüvene dönüşmesinden hareketle "umut" kavramını farklı yönleriyle ele aldılar. Bu çeşitlilik, matematiğin yalnızca akademik bir disiplin değil, aynı zamanda düşünsel ve insani bir deneyim olduğunu ortaya koymaktadır.

Başta yarışmaya yazılarıyla katılan tüm öğrencilerimiz olmak üzere, öğrencilerimize destek olan akademik danışmanlara, değerlendirme sürecinde katkı sunan hocalarımıza, etkinliğin düzenlenmesinde görev alan organizasyon komitesine ve Uluslararası Matematik Günü etkinliğimize katılan tüm misafirlerimize teşekkür ederiz. Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü olarak bu tür etkinliklerin, lisans öğrencilerinin matematikle daha güçlü, yaratıcı ve öz güvenli bir ilişki kurmasına katkı sağlayacağına inanıyoruz.

Bu özel sayının, matematiğe ilgi duyan tüm okuyucular için keyifli, düşündürücü ve umut verici bir okuma deneyimi olmasını dileriz.

Hacettepe Lisans Matematik Dergisi Editör Kurulu
1 Haziran 2026, Ankara

14 Mart Dünya Matematik Günü kapsamında düzenlenen makale yarışması ve seminer duyuruları.

2026 Dünya Matematik Günü Etkinliğimizden Kareler

Aşağıda, Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü tarafından düzenlenen 14 Mart Dünya Matematik Günü etkinliğimizden bazı karelere yer verilmiştir.

14 Mart Dünya Matematik Günü etkinliğimizden toplu fotoğraf.

Etkinliğin düzenlenmesinde görev alan organizasyon komitesi ve konuğumuz Doç. Dr. Ayhan Dil.

Doç. Dr. Ayhan Dil'in "Gidiş Yolundan Puan Almak" başlıklı konuşmasından kareler.

Bölüm Başkanımız Prof. Dr. İsmet Yurduşen tarafından Doç. Dr. Ayhan Dil'e teşekkür belgesinin takdimi.

Makale yarışmasında birincilik, ikincilik ve üçüncülük ödüllerinin takdiminden kareler.
Birincilik Ödülü Berkay Atlı'ya Bölüm Başkanımız Prof. Dr. İsmet Yurduşen,
İkincilik Ödülü Ayşenur Öcal'a Doç. Dr. Ayhan Dil,
Üçüncülük Ödülü Turan Efe Ocak'a Prof. Dr. Pınar Aydoğdu tarafından takdim edildi.

Matematik ve Umut Özel Ödülü, Neriman Davulcu ve Zeynep Özdem'e Prof. Dr. Sultan Eylem Toksoy tarafından, π Özel Ödülü, Berkay Düşünceli ve Aybüke Söydin'e Dr. Öğr. Üyesi Esra Korkmaz tarafından takdim edildi.

Özgünlük Ödülü'ne layık görülen Yaren Naz Tekingündüz etkinliğe katılamadığı için ödül takdimine ilişkin fotoğraf bu bölümde yer almamaktadır.

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Gödel'in Açtığı Pencere: Eksikliğin İçindeki Umut

BERKAY ATLI

Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü
berkeipersonlich@gmail.com

Akademik Danışman: Doç. Dr. Berke Kaleboğaz
Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü

"Umut aslında kötülüklerin en kötüsüdür, çünkü insanın çektiği eziyeti uzatır" der Nietzsche. Sert bir cümle. Hatta ilk okunuşta haksız gibi. Ama biraz durup düşününce neyi kastettiğini fark ediyoruz: Nietzsche için umut, çoğu zaman bugünü dönüştürmek yerine geleceğe ertelenmiş bir tesellidir. Nietzsche'ye göre insan, içinde bulunduğu koşullarla yüzleşmektense "ileride bir gün"e tutunur ve bu tutunuş, onu -şimdiki hayatından alıkoyup- edilgenleştirir. Umut burada bir erdem değil, bir avutucu gibidir. Buna karşılık Ernst Bloch'un umut anlayışı bambaşka bir yere çıkar. Bloch için umut, beklemek değil, hareket etmektir. Dünya tamamlanmış bir yapı değildir; ona göre insan da öyledir. Bloch'un "Henüz-değil" dediği şey tam olarak budur: İnsan, olduğu şeyle sınırlı değildir; olabileceği şeye doğru gerilim hâlindedir. Umut, bu gerilimi diri tutar. Yani pasif bir teselli değil, eylemi zorlayan sürekli bir güdüdür.

İlginç olan şu ki, filozofların bu "tamamlanmamışlık" meselesi yalnızca insan ve toplum düşüncesinde değil, uzun süre kusursuzlukla özdeşleştirdiğimiz matematikte de karşımıza çıkar. Yüzyıllar boyunca matematiği, sınırları kesin çizilmiş, her problemin er ya da geç çözüleceği kapalı bir sistem olarak düşündük. Bu düşünce güven vericiydi; ama aynı zamanda tuhaf biçimde tekinsizdi. Eğer her şey baştan sona hesaplanabiliyorsa, gerçekten yeni olan nerede başlayacaktı?

19.yüzyılda Emil du Bois-Reymond'un ortaya attığı "Ignoramus et ignorabimus" sözü -bilmiyoruz ve bilmeyeceğiz- her sorunun cevabı olmadığının rahatsız edici ihtimalini dile getiriyordu. Buna karşılık David Hilbert, yirminci yüzyılın başında çok daha iddialı bir vizyon sundu. Matematikte çözümsüz hiçbir problem olmadığını, her sorunun ya çözülebileceğini ya da çözümsüzlüğünün ispatlanabileceğini savundu. Hilbert, "Bileceğiz, bilmeliyiz" derken yalnızca matematiksel değil; neredeyse ahlaki bir iddia ortaya koyuyordu. Bu iddia, insan aklının bilgi karşısındaki sınır tanımazlığını tarifler. Buna karşılık kutsal metinlerde farklı bir tutum görülür. Örneğin, Tesniye 29:29'da "gizli olanların Tanrı'ya ait olduğu" belirtilir. Bu ifade, bazı hakikatlerin insan için kapalı kalabileceği fikrini ima eder. Hilbert'in sloganı ise bu geleneğe karşı, insan aklının nihayetinde her şeyi kavrayabileceğini savunan seküler ve entelektüel bir meydan okumaydı.

İlk bakışta Hilbert'in bu vizyonu büyük bir bilimsel iyimserlik gibi duruyor. Ama biraz zorladığımızda, burada Nietzsche'nin eleştirdiği türden bir umutla akrabalık görmemek zor. Çünkü Hilbert'in dedikleri gerçekleşseydi, matematik bir anlamda kendi sonuna ulaşmış olacaktı. Her şeyin kurallar dâhilinde çözüldüğü bir evrende, yaratıcılığa neden ihtiyaç olsun ki? Arayış biterse, umut da sessizce çekilir.

Matematiğin bütünüyle kapanmış, her doğru önermenin er ya da geç ispatlanabileceği bu tablo, 1931'de Kurt Gödel'in yayımladığı eksiklik teoremiyle kökten değişti. Gödel, yeterince güçlü her tutarlı formal sistemin eksik olduğunu gösterdi. Yani sistem içinde doğru olan, fakat o sistemin kurallarıyla ispatlanamayan önermeler her zaman var olacaktı. Bu, matematiğin teknik bir problemi olmaktan çok daha fazlasıydı; neredeyse varoluşsal bir sarsıntıydı.

Başta bu sonuç karamsar göründü. Artık her şeyi kanıtlayamayacağımız kesindi. Ancak biraz geriye çekilip baktığımızda, bu "eksikliğin" aslında bir kapanma değil, bir açılma olduğunu fark ederiz. Çünkü Gödel'in gösterdiği şey, matematiğin tamamlanmış bir yapı olmadığıydı. Her sistemin içinde, o sistemin sınırlarını aşan yeni doğrular bulunacaktı. Bu da matematiği sonu olan bir yapıdan çıkarıp bitmeyen bir araştırmaya dönüştürdü. Böylece Gödel, matematiği mekanik bir kapalı kutu olmaktan kurtardı. Doğru, ispatla sınırlı değildi; ispat, doğrunun yalnızca bir ifadesiydi.

Bir algoritmayı düşünelim. Kuralların dışına çıkamaz. "Doğru ama ispatlanamaz" bir noktaya geldiğinde durur. İnsan zihni ise durmaz; sistemi aşar, yeni aksiyomlar önerir, başka bir çerçeve kurar. Matematikteki bu hareketlilik, insan düşüncesinin indirgenemezliğine dair sessiz ama güçlü bir işarettir.

Tam da burada Bloch'un "henüz-değil" düşüncesi matematiğin içinde yankılanır. Matematik hiçbir zaman tamamlanmaz; çünkü tamamlanması, düşüncenin durması demektir. Her sınır, aynı zamanda yeni bir başlangıçtır. Bilinenin kenarında, henüz formüle edilmemiş ama sezgiyle hissedilen doğrular bekler.

Belki de asıl umutsuzluk, her şeyin tamamen bilindiği ve tükendiği yerde başlar. Gödel ise matematiğin hiçbir zaman tükenmeyeceğini müjdelemiştir. Dünya Matematik Günü'nde matematiği ve umudu yan yana getiren o görünmez bağ, denklemlerin sonunda mutlaka mutlak bir sonuca ulaşacağı inancı değil, aksine asıl umut, vardığımız hiçbir sonucun son nokta olmamasında ve çözülmeyi bekleyen yeni bir probleme yelken açmasındadır. Matematikte umut, kusursuz bir "tamamlanmışlık" yanılsaması değil; insan zihninin gerçeğe doğru attığı o bitmek bilmeyen, tamamlanmamış ve eyleme dönük aktif adımıdır. Eksiklik bir kusur değil; matematiği ve insan onurunu canlı tutan, arayışı sonsuzlaştıran umudun ta kendisidir.

■ Kaynaklar

[1] Nietzsche, F. (2021). *İnsanca, Pek İnsanca*. Türkiye İş Bankası Kültür Yayınları.

[2] Bloch, E. (2026). *Umut İlkesi* (Cilt 1). (Çev. Tanıl Bora). İletişim Yayınları.

[3] Gödel, K. (1931). "Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I". *Monatshefte für Mathematik und Physik*, 38, 173–198.

[4] Hofstadter, D. R. (2023). *Gödel, Escher, Bach: Bir Ebedi Gökçe Belik*. (Çev. Ergün Akça). Alfa Yayıncılık.

[5] Reid, C. (1996). *Hilbert*. New York: Springer-Verlag. (Orijinal basım tarihi 1970).

[6] Bell, J. L. (2004). Hermann Weyl. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Erişim Adresi: https://plato.stanford.edu/entries/weyl/ (Erişim Tarihi: 02.03.2026).

[7] Kutsal Kitap. Yasanın Tekrarı - Tesniye 29:29. Erişim Adresi: https://kutsalkitap.info.tr (Erişim Tarihi: 02.03.2026).

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Epsilon Kadar Yakın: Umudun Matematiği

AYŞENUR ÖCAL

Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü
aysenurocal@hacettepe.edu.tr

Akademik Danışman: Doç. Dr. Berke Kaleboğaz
Hacettepe Üniversitesi, Matematik Bölümü

Pek çok kişi için gün batımı, bir bitişin ve ardından gelecek olan karanlığın simgesidir. Benim için ise bir bitişten çok, görünürlüğün sınır değiştirdiği bir andır. O an ışık yok olmaz, yalnızca ufkun arkasına çekilir.

Şekil 1. 19 Ağustos 2025, Sabancı Üniversitesi, İstanbul

Kendi objektifimden yansıyan yukarıdaki kareyi, Sabancı Üniversitesi'nde katıldığım bir konferans sırasında gün batımında çekmiştim. O dakika, güneşin ufkun arkasına çekilirken ışığın tamamen kaybolmadığını, aksine gökyüzünü eşsiz bir renk paletiyle yeniden boyadığını düşünmüştüm. Yaklaşık iki senedir nümerik analiz ile uğraşan bir matematikçi adayı olarak bugün bu kareye yeniden baktığımda, o ânı farklı bir gözle okuyorum. Artık benim için oradaki ufuk çizgisi bir bitiş değil, doğanın matematiksel bir kesinlikle sergilediği yakınsama sürecinin en somut halidir. Çünkü ışık bir anda yok olmaz, adım adım azalır, tıpkı bir yineleme (iterasyon) sürecinde hatanın her adımda biraz daha küçülmesi gibi. Belki de bu yüzden artık o ufka baktığımda, görünmeyene doğru ilerleyen bir süreklilik görüyorum.

Matematik bölümünün kapısından içeri adımımı attığımda, karşımda sınırları görünmeyen bir ufuk vardı. Çözümü hemen bulunamayan problemler, sabır isteyen ispatlar ve zihnimde karşılık bulamayan soyut kavramlarla karşı karşıya kalmıştım. Zamanla anladım ki matematikte önemli olan şey sonuca bir çırpıda ulaşabilmek değil, görünmeyen o ufka doğru yapılan sabırlı bir yolculuktu. İşte umut, tam da bu noktada anlam kazandı. Matematiksel anlamda umut, sonucun henüz görünmemesine rağmen mümkün olduğuna dair duyulan kararlı bir inançtı. Bu inanç, benim için ulaşılan sonuçtan daha anlamlıdır, çünkü her adımda o görünmeyen ufka bir adım daha yaklaştığımı hissetmek belirsizliğe küçük de olsa bir şekil vermektir. İşte o küçük şekillenme, bana vazgeçmemem gerektiğini fısıldar. Dahası, bu fısıltı sadece bana ait değildir. Matematik tarihi, tüm belirsizliklere ve görünmeyene rağmen aynı umut ve kararlılıkla yürümeyi tercih edenlerin hikâyeleriyle doludur. Bu hikâyelerin arasında beni en çok etkileyenlerden biri Andrew Wiles'ın hikâyesidir. Wiles, matematik yapmayı karanlık bir odada ilerlemeye benzetir. Başta hiçbir şey görünmez, duvarlara çarpar, yönümüzü kaybederiz. Fakat bir gün aniden ışık yanar ve o artık karanlıkta dağınık duran tüm parçalar birdenbire görünür hale gelir ve anlamlı bir bütün oluşturur. Gün batımıyla birlikte gökyüzünün yavaş yavaş karanlığa teslim oluşunu izlerken Wiles'ın söz ettiği o ışığı düşündüm. Gece, çözümün bize en uzak göründüğü zamandır, fakat güneş ertesi gün tekrar doğacaktır. İşte burada matematiğin en sahici umudu saklıdır: Umut, bir mucizeden ziyade aslında kararlı ve sabırlı bir yakınsama sürecidir. Her adımda hatanın biraz daha azaldığını ve görünmeyen o limit noktasına her sabah bir adım daha yaklaşıldığını bilmektir.

Umudun matematiksel karşılığı, benim için özellikle nümerik analiz ile tanıştığımda somutlaştı. Nümerik analizde her şeyden önce, elimizdeki problemin bir çözümü olduğunu kabul ederiz. Aksi takdirde yöntemlerimizi uygulamamız mümkün değildir. Bu kabulle birlikte aslında bir tür matematiksel umuda sahip olmuş oluruz. Öte yandan, hata hiçbir zaman tam anlamıyla sıfırlanmaz. Bunun yerine bir tolerans değeri belirler, yaklaşımın kabul edilebilir olduğu bir sınır tanımlarız. O sınır, artık arayışın durabileceği noktayı gösterir. Aslında umut da bir bakıma böyledir: Her şeyin kusursuz olacağına dair bir hayalperestlik değil, epsilon kadar küçük bir hata payıyla yaşamayı kabul edebilen gerçekçi bir duruştur. Umudun bu gerçekçi biçimini, yinelemeli yöntemlerde belki de en somut haliyle görebiliriz. Yinelemeli yöntemlerde çözümün kendisiyle değil, bir başlangıç tahminiyle yola çıkarız. Umut burada en saf hallerinden birine bürünür: Çözümü bilmeden, elimizdeki kısıtlı verilerle o ilk adımı atma cesareti. Seçtiğimiz başlangıç tahmini çoğu zaman çözümden oldukça uzaktır. Ancak burada kusursuz bir başlangıç beklersek algoritmalarımızı çalıştıramayız, yani sürece başlayamayız. Bu nedenle yinelemeli yöntemler ideal bir noktadan değil, cesur bir başlangıçtan beslenir. İşte yineleme sürecinin en temel motivasyonu da umudun verdiği cesarettir.

Hata yapmak hayatın bir parçasıdır. Çoğu insan için hata bir sonu veya başarısızlığı temsil ederken nümerik analizde hata, sürecin en önemli parçasıdır, çünkü bir sonraki adımın yönünü belirleyen en değerli veridir. Hayatta da durum bundan farklı değildir. Yaptığımız hatalar bize nerede olduğumuzdan ziyade, bundan sonra nasıl ilerlememiz gerektiğini gösterir. Kusursuz olmak zorunda değiliz. Bugün yaptığımız hatalar dünkünden epsilon kadar bile küçükse bu, aslında doğru yolda olduğumuzun bir göstergesidir. Bu yüzden bir matematikçi adayı olarak çalışma masamın başında geçirdiğim sonuçsuz saatleri boşa geçmiş bir zaman olarak değil, aksine bir kazanç olarak görürüm. Çünkü artık pusulam elimdedir ve bir sonraki adımım için ipuçlarına sahibimdir. Çözüme belki hemen ulaşamayabiliriz. Ama her adımda ona biraz daha yaklaştığımızı bilmek, matematiğin bize sunduğu en gerçekçi umuttur.

Umut, matematikte yeni bir yol arayışı olarak da karşımıza çıkar. Bazen herkesin kullandığı, kitaplarda yer alan klasik yöntemler bizi çözüme götürmez; hatta sistemi çıkmaza sürükler. Bu gerçeği en açık hâliyle, son zamanlarda üzerinde çalıştığım Standart Olmayan Sonlu Farklar (NSFD) yaklaşımında deneyimledim. Bu yaklaşımı ve ortaya koyduğu sonuçları gözlemlemek, üzerine düşünmek benim için teknik bir ayrıntıdan çok, güçlü bir motivasyona dönüştü. Çünkü Standart Olmayan Sonlu Farklar yaklaşımı bize şunu söyler: Eğer alışılmış yollar seni çıkmaza sürüklüyorsa pes etmek yerine, elindeki problemin kendi dinamiğine uygun, daha önce denenmemiş özgün bir yaklaşım geliştirmelisin. Buradaki "standart olmama" durumu, var olanla yetinmemeyi ve daha iyiye ulaşma umudunu temsil eder. Bu arayış bir hayalden değil, çözümün bir yerde var olduğuna dair duyulan inançtan doğar. Standart yöntemlerin verimli olmadığı yerde kendi yolunu inşa etmek, umudun eyleme dönüşmüş halidir.

Yazımın başındaki o gün batımına geri dönecek olursam, ışığın aslında neden hiç kaybolmadığını daha iyi anlıyorum. O, yalnızca ufuk çizgisinde incelerek başka bir forma bürünür. Ufuk çizgisi ise bir son değil, tıpkı yakınsama sürecinde olduğu gibi yavaş yavaş gerçekleşen bir dönüşümün eşiğidir. Tıpkı çözüme bir anda ulaşamayıp adım adım yaklaştığımız gibi… Bir matematik öğrencisi olarak umut benim için karanlıkta bile yönümü kaybetmeden yürüyebilmektir. Hata yapa yapa ilerlemek, bunun bilincinde olmak ve ipuçlarını takip etmektir. Çözümün bir yerde var olduğuna inanarak vazgeçmemektir. Göremesem bile varlığına güvenmek, ulaşamasam bile süreçte kalıp ilerlemeye devam etmektir.

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Hayat Oyunu, Kurduğumuz Bağlar ve İzole Köşeler

TURAN EFE OCAK

Bursa Teknik Üniversitesi Matematik Bölümü
turanefeocak@gmail.com

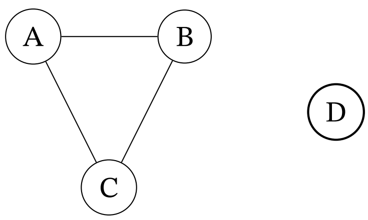
Akademik Danışman: Prof. Dr. Nil Orhan Ertaş
Bursa Teknik Üniversitesi Matematik Bölümü

Matematik ve umut gibi ilk bakışta birbirinden uzak duran kavramları birleştirme fikri, yarışma konusunu ilk okuduğumda bana biraz garip gelmişti. Biz matematikçiler genelde kesin doğrular ve yanlışlarla uğraşmayı severiz. Ancak umut, sevinç, üzüntü gibi insani duyguları kesin bir şekilde tanımlamak pek mümkün değildir. Yine de umudu formal bir şekilde; kişinin yaşamındaki olaylarla ilgili olumlu sonuçlar çıkabileceğine dair duygusal inancı olarak tanımlayabiliriz.

Bursa Teknik Üniversitesi Matematik bölümü son sınıf öğrencisiyim. Eğitimime bir dönem ara vermek durumunda kaldım ve okulum uzadı. Her ne kadar matematikle uğraşırken zaman zaman umudum kırılsa da, matematiğin hayatımızın her köşesine dokunan o sınırsız dünyası beni her zaman büyülemiştir. Bu konu bana, matematik ve umut arasında "oyun teorisi" ve "çizge kuramı" üzerinden kişisel bir köprü kurma fikrini verdi.

Oyun teorisinin kurucularından olan John Nash, hayatının çok kritik bir döneminde şizofreniyle mücadele etmiş, ancak bu sanrılarla yaşamayı öğrenip, umudunu kaybetmeden dünya tarihini değiştiren çalışmalara imza atmıştır. Oyun teorisi, rasyonel egoizm felsefesiyle kararların birbirini nasıl etkilediğini inceler. Nash, "Hiç kimsenin kaybetmediği bir sistem mümkün olabilir mi?" sorusunu sorarak meşhur Nash Dengesi'ni geliştirmiştir. Eğer iki oyuncu Turan ve Efe, A ve B stratejilerini seçsin. Turan'ın, Efe'nin B stratejisine karşılık kendi kazancını maksimize edecek A'dan daha iyi bir hamlesi yoksa ve benzer şekilde Efe'nin de Turan'ın A stratejisine karşılık kazancını maksimize edecek B'den daha iyi bir hamlesi yoksa, bu durum bir Nash Dengesidir. Ancak kabul edelim ki hayat karşımıza her zaman rasyonel rakipler çıkarmaz. Ya o ikinci oyuncu bizzat kendi zihnimizse?

İşte hayatla oynadığımız bu satrançta bazen yollar tıkanır. Tıpkı 18. yüzyılda Königsberg halkının o yedi köprüden geçecek bir rota bulamaması gibi. Leonhard Euler bu soruyu çözümsüz bırakmayıp çizge teorisinin ve topolojinin temellerini atmıştır. Bir çizge; düğümler (köşeler) ve onları bağlayan kenarlardan oluşur. Hayatta işler her zaman planladığımız gibi gitmez. Güvendiğimiz yollar kapanır, bağlar kopar. Çizge kuramında, sistemle tüm bağları kopmuş köşelere "izole köşe" (isolated vertex) denir. Kriz anlarında hissettiğimiz o "hiçbir yere bağlanamama" duygusu, tam da bu izole köşenin durumudur.



Şekil 1. Basit bir çizge üzerinde izole köşe (D düğümü) modellemesi.

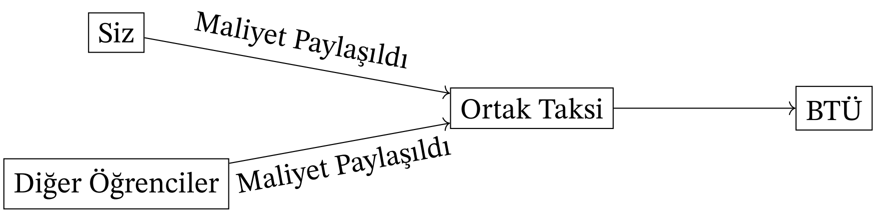
Tüm bu soyut kavramları somutlaştırmak için kendi hayatımdan bir örnek vermek istiyorum. Üç sene Uludağ Üniversitesi'nin içindeki yurtlarda kaldım. BTÜ'ye gitmek için önce 35-R ring otobüsüne binip istasyona ulaşmam, ardından yaklaşık 50 dakikalık bir metro yolculuğu yapmam gerekiyordu. Her şey normal işlediğinde sistem kusursuz bir yönlü çizgedir:

Şekil 2. Sistem kusursuz işlediğinde Görükle-BTÜ arası ulaşım çizgesi.

Diyelim ki uyandınız, önemli bir vizeniz var ama metro arızalanmış. Burada oyunda iki oyuncu vardır: Siz ve metroyu bozan hayat. Hayatın hamlesiyle çizgenizdeki kritik kenar kopmuştur:

Şekil 3. Hayatın hamlesiyle bağlantının koptuğu alt çizge.

İlk akla gelen kaybetmeyi kabullenmektir. Tek başınıza taksiye binmek ise çok maliyetlidir. Ancak sisteme yeni kenarlar ekleyebilirsiniz. Etrafta sizin gibi okula ulaşmaya çalışan birkaç kişi varsa, toplanıp taksiye binmek ve ücreti paylaşmak rasyoneldir. Bu hamle, maliyeti düşürerek herkesin kazandığı kusursuz bir Nash Dengesi yaratır:



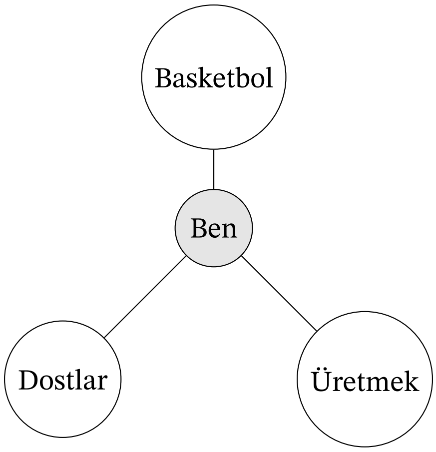
Şekil 4. Yeni düğümler ekleyerek hedefe ulaşan paylaşımlı alt çizge.

Filozof Kierkegaard'ın dediği gibi: "Hayat geriye doğru anlaşılır, ancak ileriye doğru yaşanır." Koptuğumuz bir bağa dönüp zamanı saramayız. Bazen karşımızdaki rakip Doğaya Karşı Oyun'daki (Game Against Nature) kontrol edemediğimiz olaylardır. Arızalanan bir metro bizi izole köşeye fırlatabilir, çıkmak için yüzümüzü ileriye dönmek zorundayız.

Yazının başında okulumun uzadığından bahsetmiştim. Öyle ki, hiçbir derse katılamadığım, hayatla olan tüm bağlarımın koptuğunu hissettiğim ve dönemi sıfır ortalamayla kapattığım zorlu bir süreçten geçtim. Tam anlamıyla 'izole köşe'ye hapsolmuş birisi olarak kaydımı sildirmeyi bile düşünmüştüm. Ancak sadece akademik serüvenimde değil, hayatımın her anında desteğini esirgemeyen ve üzerimdeki emeğini asla ödeyemeyeceğim sevgili bir hocamın bu kararıma kesin bir dille karşı çıktı. 'İzin vermem' diyerek, o izole köşeden çıkmam için bana en sağlam kenarı inşa etti. (Üzerimdeki emeklerini ödeyebilmem için sanırım Fields kazanmam lazım.) Onun bu çıkışının bende yarattığı etki ve bana olan sarsılmaz inancı sayesinde, sistemime yeni düğümler ekleyerek hayata yeniden umutla başlayabildim.

Bu süreci açmam gerekirse; izole köşemde matematik bana ilk başta yalnız olduğumun, kendimden başka bir kurtarıcının gelmeyeceğinin farkındalığını verdi. Burada bana John Nash'in sanrılarıyla baş etme yöntemleri ilham oldu. Gördüğü kız çocuğunun yıllarca hiç büyümediğini rasyonel bir şekilde fark etmesi, sanrılarını görmesine rağmen onlarla konuşmamayı tercih etmesi, yeni biriyle tanışacağında yakınındakilere gerçekten o kişiyi görüp görmediğini sorması gibi ben de kendi zihnimin yarattığı karanlığı analiz ettim. Basketbol oynamak, arkadaşlarımla vakit geçirmek ve üretmeye çalışmak benim yeni umut düğümlerim oldu.

Matematik, hayatımın tam bu noktasında kendime yeni bağlantılar inşa etme fikriyle bana umut oldu. Fizik ve kimyayı doğada gözlemlesek de, sıfırı gözle görmek pek mümkün değildir. Yine de matematik, soyut gibi duran umut duygusuyla bile kendini ilişkilendirip, bir insanın hayata yeniden bağlanmasına vesile olabiliyor. Truman Show filminde olduğu gibi hepimiz bu zorlu oyunu kendi gerçekliğimizden algılarız.



Şekil 5. İzole köşeden çıkıp hayata yeniden tutunmak için inşa edilen yeni düğümler.

Her şey üstünüze geliyor olsa da vazgeçmemek çok kıymetli. Unutmayın bazen 1 HAYIR'dan (olumsuz manada) 1000 HAYIR (olumlu manada) doğar.

Kaynaklar

[1] Euler, L. (1741). Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. Commentarii academiae, 8, 128-140.

[2] Kierkegaard, S. (1993). Kierkegaard's Journals and Notebooks. Princeton University Press.

[3] Nash, J. F. (1950). Equilibrium points in n-person games. Proc. of the National Academy of Sciences.

[4] Howard, R. (Yön.). (2001). Akıl Oyunları (A Beautiful Mind). Universal Pictures.

[5] Weir, P. (Yön.). (1998). The Truman Show. Paramount Pictures.

[6] Vikipedi Katılımcıları. (2026). Umut. Erişim: 3 Mart 2026, https://tr.wikipedia.org/wiki/Umut

[7] Bonaparte, N. (1823). Mémorial de Sainte Hélène. (E. D. Las Cases, Der.).

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Belirsizliğin İçindeki Başlangıç Koşulu Umut

NERİMAN DAVULCU[1] VE ZEYNEP ÖZDEM[2]

[1]*Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü*
[2]*Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü*
nerimandavulcu@hacettepe.edu.tr, zeynepozdem@hacettepe.edu.tr

Akademik Danışman: Prof. Dr. Sultan Eylem Toksoy
Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü

Matematik insanlık tarihi boyunca sadece sayılarla yapılan bir hesaplama sanatı değil, evrenin karmaşasını anlamlandırma çabası olmuştur. Ancak matematiğin çoğu zaman gözden kaçan yönleri vardır. Bunlardan iki tanesi matematiğin duygusal ve felsefi yapısıdır. Her yıl 14 Mart'ta, π sayısının o gizemli ve sonsuz basamaklarının ($3, 14\ldots$) izinde kutladığımız Uluslararası Matematik Günü kapsamında, bu yıl sayılardan çok kavramların arasındaki köprüler ele alınacaktır. Bu köprülerin en güçlüsü matematik ile yaşamın ortak paydası olan umuttur.

Matematiksel bir kavram olarak asimptot, bir f(x) fonksiyonunun grafiği üzerindeki $(x, f(x))$ noktası ile orijin arasındaki uzaklık sonsuza yaklaşırken bu noktanın gittikçe daha fazla yaklaştığı bir L doğrusudur.

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = L$$

Bu durumda L, f'nin asimptotudur veya f'nin grafiği L'ye asimptot olarak yaklaşır denir (bkz. [5]). Yani, bir fonksiyonun değerleri belirsizliğe doğru savrulurken asimptot ona bir doğrultu vererek kaosu bir sınır içine hapseder. İşte gerçek hayatta da bu referans doğrusu bir insana ışık tutan umutla ilişkilendirilebilir. Matematikte bir fonksiyonun tanımsızlığı söz konusu olduğunda sonuca yaklaşmak için limit kullanılır. Hayatın çıkmaz sokaklarında ise umut o limite ulaşmak için kullanılan en büyük cesarettir.

Ünlü matematikçi ve teorik fizikçi Henri Poincaré'ye göre matematik yapmak sadece çözümler bulmak değil doğru soruları sormaktır [4]. Poincaré aslında umudun entelektüel tanımını yapmıştır. İnsanlar matematik ve umut kavramlarını birbirinden bağımsız şeyler olarak yorumlarlar, fakat sanılanın aksine matematiğin gerek koşulu umuttur. Çünkü bir problemin çözülebileceğine dair içsel bir inanç (yani, umut) taşımayan hiç kimse o problemin başında saatlerce sorgulama yapmaz. Bu iki kavram, insanın belirsizliklerle mücadelesinin sayılar ve duygular olmak üzere iki farklı dilde ifade edilişidir. Albert Einstein'ın [3]'de önemli olan sorgulamayı bırakmamaktır sözüyle desteklediği bu fikir, umudun sadece bir cevap değil, arayışın kendisi olduğunu kanıtlar. İnsanı o zorlu sorgulama sürecine iten asıl güç içindeki umuttur.

Hayat çoğu zaman ilk bakıldığında çözümsüz gibi duran çok değişkenli ve karmaşık bir diferansiyel denkleme benzer. Diferansiyel denklemler bir sistemin değişim oranlarını temsil eder. Tıpkı hayatın sürekli değişen hızı ve yönü gibi. Böyle anlarda matematiksel mantığın en temel direklerinden biri olan Cauchy-Picard Varlık ve Teklik Teoremi devreye girer. Teoremin matematiksel ifadesi şöyledir:

f ve $\partial f/\partial y$ fonksiyonlarının t_0 ve y_0 noktalarını içeren bir,

$$R = \{(t, y) : \alpha < t < \beta, \gamma < y < \delta\} \tag{1}$$

dikdörtgensel bölgesinde sürekli olduğu varsayılsın. Bu durumda, t_0 noktasını içeren bir $I = (t_0 - h, t_0 + h)$ aralığında (burada $h > 0$),

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0 \tag{2}$$

başlangıç değer probleminin bir ve yalnız bir (tek) $y = \phi(t)$ çözümü vardır (bkz [2]).

Bu teorem diferansiyel denklemin bir çözümü olduğunu garanti eder ki bu umudun matematiksel dayanağıdır. Yani, umudun sadece bir ihtimal değil; doğru koşullar altında kesin bir varlık olduğunu simgeler. Çözümün eşsiz olduğunu söyler ki bu da, ulaşılan sonucun rastgele değil, kesin olduğunu simgeler. Süreklilik şartı ise umuda giden yolun belirli bir düzen içinde olması gerektiğini akademik bir dille açıklar.

Gerçek hayatta başlangıç koşulu umut etmektir. Eğer başlangıç değerinizde umut yoksa, denklem matematiksel olarak tanımlı kalsa da ruhsal olarak çözümsüzdür. Umut bir kez başlangıç koşulu olarak atandığında uygun koşullar altında çözümün varlığı artık bir ihtimal değil matematiksel bir zorunluluktur.

Soyut matematiğin kalbi olan tümevarım yöntemini ele alacak olursak, bu yöntem aslında umudun sistematik bir ispatıdır. Bir önermeyi ispatlarken attığımız adımlar insan yaşamının evrelerini temsil eder. Kanıtlamak istediğimiz önermenin doğruluğu varsayılan ilk değer için gösterdiğimiz ilk adım, hayatta o güne kadar yaşanan sıradan ama gerçek olayların varlığını temsil eder. İkinci aşamada önermenin belirli bir değere kadar doğru olduğu kabul edilir. Bu ise insanın potansiyelini, o noktaya kadarki başarılarını ve kendisini kabul edişini simgeler. Son adım ise ispatın en kritik yeridir. İnsan umut ederek kendisini bir adım daha ileriye taşımayı hedefler. Bu başarıya ulaşıldığında bulunulan noktadan daha ileri bir noktaya varılmış olur ve teknik olarak kanıt biter. Fakat hayatta umut hiç bitmez. Çünkü ulaşılan hiçbir nokta son durak değildir. Umut daima yaşanmayı bekleyen çok daha güzel bir ihtimalin var olduğunu söyler.

Sonuç olarak umut sadece suda boğulmak üzere olan bir insanın aradığı cankurtaran değildir. İnsanın yaratılışında olan ve bazen de sadece daha iyiyi hedeflerken duyulan saf inançtır. Ernst Bloch'un Umut İlkesi'nde belirttiği gibi, insan her zaman henüz olmamış olana yönelir (bkz. [1]). Bu yönelim, matematiğin bilinmeyen bir teoremi kanıtlama çabasındaki gibi mevcudun ötesine geçme arzusudur.

14 Mart Dünya Matematik Günü'nde unutulmamalıdır ki matematik sadece hesap yapmayı değil, en karmaşık denklemlerin bile doğru bir başlangıç koşuluyla çözülebileceğini öğretir. İnsanoğlu hayat denilen bu devasa teoremin içinde umudu bir aksiyom kabul eder. Matematikte çözüm yolları tükenmiş gibi görünebilir ama umut bittiğinde yaşamın sonu gelmiş demektir. İnsan sorgulamayı ve her zaman bir sonraki adıma inanmayı sürdürmelidir.

■ Kaynaklar

[1] Bloch, E. (2012). Umut İlkesi (Cilt 1). (Çev. Tanıl Bora). İletişim Yayınları.

[2] Boyce, W. E. ve DiPrima, R. C. (2012). Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. John Wiley & Sons.

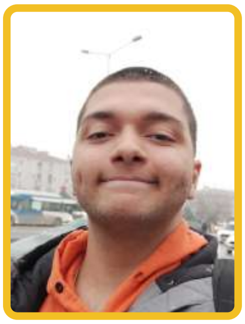
[3] Miller, W. (1955). Death of a Genius. Life Magazine, 38(18), 64.

[4] Poincaré, H. (1986). Bilim ve Metot. MEB.

[5] Silverman, R. A. (1992). Calculus ve Analitik Geometr 1. (Çev. Barış Sınav ve Devrim Sınav). syf. 188.

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Ramanujan Örneğinde Matematik ve Umut



BERKAY DÜŞÜNCELİ[1] VE AYBÜKE SÖYDİN[2]

[1]*Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü*
[2]*Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü*
berkaydusunceli@hacettepe.edu.tr, aybukesoydin@hacettepe.edu.tr

Akademik Danışman: Prof. Dr. Mesut Şahin
Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü

Modern matematikte iki büyük, zıt ve soyut kavram vardır: Yokluğu temsil eden *sıfır* ve sınırların aşılmasını temsil eden *sonsuzluk*. İlginçtir ki bu iki kavramın temelleri de Avrupa'dan yüzyıllar önce Hindistan'da atılmıştır. Sıfırın cebirsel bir sayı olarak temellerini 7. yüzyılda Hintli bir matematikçi olan Brahmagupta atmışken, sonsuzluk kavramı ise 12. yüzyılda yine Hintli başka bir matematikçi olan II. Bhaskara'nın denklemleriyle matematiksel bir form kazanmıştır.

Hintli matematikçiler matematikte en parlak dönemlerini 14. ve 16. yüzyıllar arasında Kerala okulu etkisiyle yaşamışlardır. Kerala, Hintlilerin ağır *kast* sistemine rağmen kastlar arası esneklik ve iş birliği sunan nadir bir yerdi. Bunun da etkisiyle Kerala, bu dönemde Hint matematiği adına Avrupa'nın yüzyıllar sonra ulaşacağı konuma ulaşmayı mümkün kılmış ve üst düzey bir ilerleme katedilmesine ortam sağlamıştır. Örnek vermek gerekirse Kerala Okulu'nun en büyük başarılarının başında sonsuz seriler üzerine yaptıkları çalışmalar gelir. Sangamagramalı Madhava günümüzde 'Leibniz serisi' olarak anılan, $\frac{\pi}{4}$ açılımını ve sinüs-kosinüs fonksiyonlarına ait 'kuvvet serilerini' Avrupa'dan yüzyıllar önce keşfetmiştir. Okulun matematik tarihine sunduğu bir diğer önemli katkı ise π sayısının ilk 11 ondalık basamağa kadar doğru hesaplanmasıdır. Birçok başarısı bulunan ve günümüzdeki matematiğin temelini atan bu okulun öğrencileri, okulun var olduğu zamanda devrim niteliği taşıyan keşiflerini tamamen sezgisel yöntemlerle geliştirmişlerdir.

1600'lerde İngilizlerin Hindistan'ı sömürmeye başlamasıyla beraber birçok farklı alanda gerilemeler yaşanmaya başlamıştır. 200 yıldan uzun sürecek bu sömürge döneminde Hindistan'daki ekonomik kaynaklar Britanya'ya aktarılmış ve Hindistan halkının yoksulluktan ezildiği bir döneme girilmiştir. Sömürge dönemi sadece ekonomi ve kültür gibi alanlara etki etmekle kalmamış, olumsuz etkisini eğitimde de göstermiştir. Kerala okulu; azalan ekonomik destek, sömürge gücünün artması ve dayatılan yanlış eğitim sebeplerinden dolayı ayakta duramamış ve ne yazık ki usta-çırak ilişkisine dayalı sözel bir aktarım yolu izledikleri için okul hakkındaki birçok bilgi günümüze kadar ulaşamamıştır.

Sömürge döneminin matematiği etkilemesi, Thomas Babington Macaulay'nin "*Macaulayizm*" olarak anılan yaklaşımıyla gerçekleşmiştir. Macaulay, 19. yüzyılın en etkili İngiliz devlet adamlarından birisidir ve Hindistan'ın sömürülme sürecinde eğitim alanında büyük rol oynamıştır. Sanskritçe ve Arapçayı *bilimden uzak ve faydasız* gördüğü için ortaöğretimde eğitim dilinin mutlak dil olan İngilizce olmasını gerektiğine inanmıştır. İngilizce konuşan Hintlilerin öğretmen olarak rol alması gerektiğini savunarak İngilizce temelli bir eğitim sistemi dayatmıştır. Macaulay tarafından 1835'te imzalanan tutanak[1], verilmek istenen yüzeysel matematik eğitiminin amacının Hintlilerden İngiliz devleti adına çalışacak memurlar yetiştirmek olduğunu ve eğitimin sömürge aracı olarak kullanıldığını gözler önüne serer. Oluşturmak istediği bu "ara sınıf" için kendi ifadesinde şöyle der: "*Kanı ve rengi* Hintli ancak *zevkleri, görüşleri, ahlakı ve zekâsı İngiliz olan bir sınıf.*" Raporda geçen bir diğer ifadesi de şudur: "*İyi bir Avrupa kütüphanesinin tek bir rafı, Hindistan ve Arabistan'ın tüm yerel edebiyatına değerdir.*"

[1]Macaulay raporu.

Macaulay'ın Hintliler üzerinde kurduğu sistem bilime giden tüm yolları kapatıyordu. İngiliz devleti kısıtlı kaynaklardan dolayı milyonlarca insanın eğitilmesini imkânsız olarak görüyor ve sadece üst tabakaya eğitim verilmesi gerektiği savunuyordu. Eğitim gören Hintlilerden beklenen şey matematiği yalnızca vergi hesabı gibi bürokratik işler için kullanmalarıydı. Nitekim bu sistemin hayata geçirilmesi adına, geleneksel eğitim veren Hint okullarına sağlanan fonlar kesilmiş ve Batılı eğitim veren kurumlara aktarılmıştı. Macaulay böylece hem milyonlarca insanın eğitim almasını engellemiş hem de raporunda da bizzat belirttiği üzere, eğitim alan kesimi ise yanlış bir eğitime mahkûm bırakmıştı.

İngilizler, eğitim verecekleri insanları üst sınıflardan ve zeki olanlardan seçiyor ve İngilizce eğitime zorunlu tutuyorlardı. Amaçları, Hintlileri sarsılmaz İngiliz sadakatine sahip olacakları şekilde yetiştirmekti. Zamanla İngilizce bilenler *kalifiye* hale gelmişti. Dil bariyerine takılan milyonlarca insan ise işsizlik sorunuyla boğuşuyordu. İnsanlar kendi dillerinden mahrum hale gelmiş, İngiliz baskısının gölgesinde yaşayan ve bilimden uzak bir toplum haline dönüşmüştü.

İngilizlerin üst sınıfa verdikleri eğitim prestijli görünse de, gerçek bir eğitim almıyorlardı. Matematiğin temellerini atan bir medeniyete evreni anlamak, bilim üretmek, yeni şeyler keşfetmek gibi gayeler unutturulmuştu. Halka, İngilizlere hizmet edecek birer memur olarak yetişme amacı empoze edilmişti. Özünde ise kurulan bu sistem, eğitim adı altında *köle* yetiştiriyordu. Yerel halk bilime dair hiçbir şey öğrenmiyor, eğitim gören üst sınıf ise sadece İngilizlere ait hukuk, edebiyat gibi konularda uzmanlaşıyordu. Matematik ise bürokratik hayatta işlerine yarayacak mekanik bir araca indirgenmişti.

Sömürgecilik sürerken tekdüzeleştirilmiş bu toplumda eğitim artık sadece İngilizlerin çıkarlarına bağlı bir sistemdi; ancak matematik bürokratik hiyerarşi ve sömürgeci eğitim modelinden bağımsız herkese eşit davranan bir dildi. Bunu gösteren en çarpıcı örneklerden biri dayatılan eğitim sisteminde okuldan atılan ve ayda sadece 20 rupi[2] kazanan katip Srinivasa Ramanujan'dır. Bu paranın değerini daha iyi anlamak için verebileceğimiz örneklerin başında okulun dönemlik ücretinin 32 rupi olduğu gelir. Bu para Ramanujan'ın babasının 1.5 aylık maaşına denkti.

Ramanujan, Güney Hindistan'ın Erode kasabasında 1887 yılında doğdu. Ailesi Brahman sınıfına mensup geleneksel ve dindar bir aileydi. Matematiğe küçük yaşlardan beri yeteneği vardı. 16 yaşında okuduğu G. S. Carr'ın *A Synopsis of Elementary Results in Pure and Applied Mathematics* adlı kitap onun matematik dünyasına attığı ilk adımdı. Bu kitapta ispat içermeyen binlerce teorem vardı ve Ramanujan kendi sezgisel yöntemlerini geliştirerek bu teoremleri ispatlamaya başlamıştı.

Matematik tutkusu Ramanujan için her şeyin önüne geçiyor, kalan konular ve derslerle ilgilenmiyordu. Bu sebeple üniversite bursunu iki kez kaybetti. Eğitim hayatını tamamlayamayan Ramanujan, uzunca bir işsizlik döneminden geçti. Bu süreçte ilgilendiği tek şey yine matematikti. Sadece matematik notlarının yazılı olduğu ünlü defterinde sonsuz seriler, eliptik integraller ve yakınsaklık gibi konuları çalışırdı. Eğitimi yarım kalsa bile matematiğe olan tutkusunun peşini bırakmadı. Matematik alanında kendini sürekli geliştirir ve yeni teoremler bulup ispatlardı.

Ramanujan, Madras limanında katip olarak işe başladığında liman idaresi onun matematiksel zekasını fark ederek Ramanujan'ı destekledi ve çalışmaları için ona esneklik sağladı. Ramanujan iş arkadaşlarının da desteğini alarak yaptığı çalışmaları İngiltere'deki profesörlere ulaştırmayı denedi ancak ciddiye alınmadı.

Ta ki 1913 yılında çalışmalarını Cambridge Üniversitesi'ndeki G.H. Hardy'ye bir mektup ile gönderene dek... Hardy neredeyse tamamen matematiksel terimlerden oluşan bu mektubu okuduğunda Ramanujan'ın yaptıklarının *daha önce hiçbir insan zihni tarafından hayal bile edilemeyecek bir derinliğe sahip olduğunu* belirtmiş ve Cambridge'e davet etmiştir. 1914 yılında Ramanujan tüm dini çekincelerine rağmen[3] Hardy'nin davetiyle Cambridge Üniversitesi'ne gitmiştir. Orada 5 yıl boyunca farklı araştırmalarda bulunmuş, sezgisel zekâsı ile Batı matematiğindeki ispat yöntemlerini harmanlamıştır. 1918'de Kraliyet Cemiyeti Üyeliği'ne (Fellow of the Royal Society) seçilen ilk Hintlilerden biri olmuştur. Ramanujan'ın bu başarısı, İngiliz baskısına rağmen Hint toplumu için bir umut olmuş ve direnişin sembolü haline gelmiştir.

[2]Günümüzde yaklaşık 200 dolara karşılık gelmektedir.

[3]Brahman sınıfında denizaşırı seyahat etmek iyi karşılanmamaktadır. Kişinin kastını kaybetmesine sebep olabilir, aforoz edilmeye yol açabilir.

Ramanujan, 1919'da ağır bir hastalığa yakalanmış ve ülkesine geri dönmüştür. 1920'de, 32 yaşındayken vefat etmiş ancak ölüm döşeğinde dahi matematik çalışmalarına devam etmiştir.

Ülkesi ağır bir sömürge boyunduruğu altındayken Ramanujan'ın matematik tutkusuna sarılması, sistemin karanlığına karşı umut kaynağı olmuştur. Ramanujan'ın hikâyesi gösteriyor ki denklemin sonucunu belirleyen şey sistemin çizdiği sınırlar değil, insanın o sınırları aşmaya dair olan umududur.

Nihayetinde matematik, olumsuz sosyo-politik koşullar altında bile mutlak doğruya ulaşabilme umudu vermenin yanı sıra insanlara yapay sınıflandırmalar karşısında zihinsel olarak kimseden aşağıda olmadığını kanıtlama fırsatı sunar.

Umutsuz durumlar yoktur, umutsuz insanlar vardır. Ben hiçbir zaman umudumu yitirmedim.

■ Kaynaklar

[1] Plofker, K. (2009). *Mathematics in India*. Princeton University Press.

[2] Kanigel, R. (1991). *The Man Who Knew Infinity*. Washington Square Press.

[3] D'Ambrosio, U. (2006). *Ethnomatematics: Link Between Traditons and Modernity*. Sense Publishers.

[4] Macaulay, T. B. (1835). Minute on Indian Education. Erişim Adresi: http://www.columbia.edu/itc/mealac/pritchett/00generallinks/macaulay/txt_minute_education_1835.html (Erişim Tarihi: 27.02.2026).

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Bir Matematikçinin Serüveni

YAREN NAZ TEKİNGÜNDÜZ

İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü Matematik Bölümü
yarennaztekingunduz@gmail.com

Akademik Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Neslihan Gügümcü
İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü Matematik Bölümü

Kalkın. Bu yazıya başlamadan önce kendinize güzel bir kahve yapıp konforlu bir alan seçin. Sizinle küçük bir maceraya çıkacağız. Kahvenizi alıp yerleştiyseniz başlayalım. Öncelikle sizinle tanıştırmam gereken bir ahbap var; o da sizin gibi matematiğe oldukça ilgili. Kendisinin ismi Cahit A., tanıdık geldi değil mi? Ama maalesef o, tanıdığınız Cahit Arf değil, yine de eminim —ya da umut ediyorum— bu matematikçi arkadaşımızı da bir tanıdık gibi benimseyeceksiniz. Gelgelelim bu yolculuğun nedenine: Bizim matematikçi bir zaman yolculuğuna çıkacak. Hedefi uçuk bir şey değil; sadece Bay Isaac Newton'a ilham verdiği söylenen elmanın kafasına mı yoksa yanına mı düştüğünü öğrenmek istiyor. Ha bir de, bu yolculuğu tek başına değil, "Yeniac" adlı bir yapay zekâ ile gerçekleştirecek. Bu isim hem tanıdık hem de anlamsız gelmiş olabilir; çünkü bu yapay zekâ adını ilk programlanabilir bilgisayar olan "ENIAC"tan alıyor.

Hatta size biraz Yeniac'tan bahsedeyim. Yapabildiği şeylere çok da yabancı değilsiniz; bildiğiniz ve belki de kullandığınız yapay zekâların özelliklerine sahip. Kendisi görünüş olarak, bilim kurgu filmlerinde yer alan robot yoldaşlara oldukça benziyor. Pratiklik açısından küçülerek yaklaşık bir dizüstü bilgisayar boyutuna gelebiliyor. En önemli özelliklerinden biri ise, —ki bu benim favorimdir— acil bir durumda sıcacık bir kahve üretebilmesi. Tam bir matematikçi yoldaşı ama, değil mi?

Yeniac ile tanıştığınıza göre yolculuğa başlayabiliriz. Cahit ile Yeniac, tahmin edebileceğiniz gibi, bir fütüristik zaman makinesine adım attılar. Eh, tabii, işe koyulmadan önce Yeniac pratik şekline büründü ki dikkat çekmesin. Elbette arkadaşımız Cahit de gideceğimiz döneme uygun giyinmiş bulunuyor, hiç endişeniz olmasın.

Yelkenler fora! İlk hedefimiz: yıl 1665!

Zaman makinesinin kapıları açıldı; Cahit ile Yeniac'ı yeşillikler ve bir ev karşıladı. Cahit daha dikkatli bakınca evi —daha doğrusu malikaneyi— bildiği malikaneye benzetmeyi başardı. Zaman yolculuğu başarılıydı. Bu gördüğü, Bay Isaac Newton'un doğup büyüdüğü Woolsthorpe Malikânesi'nin ta kendisiydi. Cahit, elinde Yeniac ile birlikte bir keşife çıktı. Adımları temkinliydi ama pek de mükemmel denilemezdi; hissettiği heyecandan ötürü bir beceriksizlik vardı üstünde. Ama şans ondan yanaydı ve hedefine ulaşmıştı. İşte tam karşısında, o meşhur elma ağacının gövdesine sırtını dayamış, ağacın sağladığı gölgenin altında kitap okuyan Bay Isaac Newton duruyordu.

O sırada "pat" diye bir ses sardı etrafı. Evet, tam olarak beklenen an gerçekleşmişti; ağaçtan bir elma Bay Isaac Newton'un yanına düşüvermişti.

"Bak," diye seslendi Cahit Yeniac'a fısıldarcasına, "elma yanına düşüyormuş."

"Bu doğal bir durum. Aristoteles'e göre her şeyin doğal yeri vardır. Elmanın doğal yeri topraktır." Ah, size bir detayı vermeyi unuttum. Yeniac, zaman yolculuğu için bir hususta modifiye edildi. Geçmişe gidildiğinde bilgisi hedef yıla göre kısıtlanıyor ki Cahit geçmişi etkileyecek bir hata yapmasın. Bay Isaac Newton bu an üzerinde düşünecek ve yerçekimine dair yazısını *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (Doğa Felsefesinin Matematiksel İlkeleri) adlı kitabında, yani 1687'de yayımlayacaktı.

Cahit ile Yeniac çok oyalanmadan geri dönmek için zaman makinesine bindiler. Bu sefer hedefleri geleceğe gitmekti. Hedef yılını kendi zamanlarının 100 yıl sonrası olarak ayarladılar. Neyse ki zaman makinesi bir aksilik çıkarmadan çalıştı ve çok geçmeden hedefe vardı. Kapı açıldığında kendilerini biraz farklılaşmış olan ofis manzarası karşıladı. Zaman makinesinden dışarı adım attıkları anda önlerini Yeniac görünümlü bir makine kesti ve hem Cahit'i hem de Yeniac'ı taradı.

"Tarıyorum… Ziyaretçilerimiz büyük olasılıkla Profesör Cahit A. ve Yeniac, ilk model."

"Cahit A.?" diye soldan bir ses yükseldi. Sesin sahibi genç bir kadındı ve anlaşılan Cahit'in ofisinin gelecekteki sahibiydi.

"Lütfen oturun." Cahit şüpheli yaklaşsa da ofisinin yeni sahibinin zararlı biri olmayacağını düşünerek masanın önündeki koltuğa oturdu. Selma, Cahit'in sorularının olduğunu anlamış olacak ki, ona sıcak bir gülümseme bahşetti ve konuşmaya başladı.

"Ben Selma, bu da arkadaşım Yeniac, model 19. Merak etmeyin, ofisiniz emin ellerde, ben de sizin gibi bir matematikçiyim. Bu ofiste olmam yeterince açıklıyordur eminim…" Ofisi bir sessizlik sardı; Cahit etrafı inceliyordu. Selma ona biraz zaman tanıdıktan sonra sessizliği bozdu.

"Geleceğe dair merak ettiğiniz bir şey var mı?" Cahit bir an düşünceye daldı, ancak yüzü kısa süre içerisinde bir fikirle aydınlandı.

"Riemann Hipotezi'ni kanıtladık mı?"

"Evet! Yani kısmen. Tek başımıza kanıtlamadık; yapay zekâ, yani Yeniac'ın da yardımıyla başardık. Kanıt inanılmaz bir etki yarattı. Size anlatayım. Riemann zeta fonksiyonunun sıfırları kompleks düzlemde gerçel kısmı $1/2$ dikey doğrusu üzerinde yer aldığı varsayılır. Asal sayıların dağılımını şu açıdan incelemeye başladık…" Selma eline bir kalem alıp önündeki kâğıda yazmaya başladı.

Ve hikâyemiz burada sona eriyor; kanıtı veremediğim için kusura bakmayın. Peki böyle bir serüvene, böyle karakterlerle neden çıktık? Hikâyeye göre gelecekte Riemann Hipotezi'ni insanlar ve yapay zekâ birlikte kanıtlıyor. Tabii ki bu bir hikâye; şayet ileride kanıt bulunursa, kanıtlayanın kişi veya kişilerin kim olacağı bizler için meçhul. Fakat yapay zekâ ile matematikçilerin birlikte çalışması gerçekten çok mu uzak? Hepimiz az çok farkındayızdır ki bunun cevabı "evet" değil. Aksine, bu birliktelik hareketinin adımları çoktan atıldı bile.

Ya yapay zeka bize bir yoldaş olmaktan çıkıp bizi geçerse? Fikir oluşturabilmekle kalmayıp matematiksel düşünme becerisi geliştirirse?

Platoncu düşünce yapısına göre yapay zekâ insanın yerini tutamaz. Çünkü bir insana kıyasla yapay zekâ ne kadar veri işlerse işlesin soyut evrenselleri kavrama potansiyeline sahip değildir; sahip olduğu istatistiksel örüntü tespit etme özelliği de sadece ampirik veriler üzerinedir. Hikâyeyi hatırlayacak olursanız, Cahit ile Yeniac geçmişe gittiklerinde Yeniac'ın hafızası hedef yıla göre şekilleniyordu. Yani o yıla kadar insanlar tarafından kitap, yazı ve benzeri somutlaştırılmış —ampirik— bilgiler üzerinden bir cevap hazırlıyordu. Noam Chomsky de benzer bir görüşü savunur: "Gerçek zekâ, olası olmayan, içgörü dolu şeyleri düşünme ve açıklayabilme kabiliyetinde kendini gösterir." Ayrıca, kendisinden esinlenmiş olduğumuz elma örneğini şöyle açıklar: "Aristoteles'in görüşüne göre elmanın yere düşmesinin nedeni yeryüzüne ait olmasıdır. Bu mümkündür, ancak daha fazla soruya yer açar: Neden yeryüzü onların doğal yeridir? Öte yandan Einstein'a göre elma, kütlenin uzay-zamanı bükmesi sonucu yere düşer ve bu görüş son derece olasılık dışı görünse de aslında soruya bir açıklama getirir."

Ama bir yandan Mark Twain, insanın da bir makine olduğunu açıklar. Ona göre insanın edindiği bilgiler kitaplardan, konuşmalardan, atalarının sözlerinden, kalbinden ve beyninden toplanır ve olasılıklar sonucunda otomatik olarak fikir üretir. Ayrıca vereceği kararlar da dış etkenlerin sonucudur; neticesinde insanın iradesi de yoktur.

Şahsen, bu fikirlerin hepsini güçlü buluyor ve kendimi bir soru tufanı içerisinde buluyorum. İnsanı insan yapan şey nedir? Sınırlarımızı çözebilecek miyiz? Veyahut sınırlarımız var mıdır? Her iki ihtimale rağmen doğuştan gelen becerilerimizi bir yapay zekâya entegre edip onun düşünmesini, sorgulamasını ve bunu yalnızca somut verilere dayalı olmadan, içgüdü ve duyularla yapmasını sağlayabilir miyiz? Korkarım bu tufanın sonu, Bertrand Russell'ın sonsuzluğu sorgulayıp kâbuslarla sınandığı bir duruma dönüşebilir. Öyle bir sonuçtan şikayetçi olur muydum? Bilemiyorum. Belki de kendi zaman makinemi yaratıp gidip ona sormalıyım.

Sonuç olarak Cahit ve Selma'nın hikâyesinden, kendimce göstermek istediğim şey, biz matematikçilerin ve bir matematikçi gibi düşünenlerin, gelecekte yapay zekâ ne kadar gelişirse gelişsin bizim herhangi bir problem karşısında hâlâ bir ihtiyaç, bir umut olduğumuzdu. Ancak yazarken düşündüm: Özellikle fikrimin üzerinde durmak adına yapay zekâ ile münakaşaya girmek yerine danışmanımı ve arkadaşlarımı seçtim. Ve her biri gerçekçi yaklaştı. Yakın zaman için bu iddia doğru olsa da ilerisinin bir garantisi yok. Fikrimden vazgeçmedim, direttim; fakat bu ihtimali göz ardı etmem mümkün değildi.

Fakat bir şeyin kaçınılmaz olduğu kanaatine vardım. İnsan, Mark Twain'in dediği gibi otomatik fikir üreten bir makine veya daha ötesi bir şey olabilir. Ama her hâlükârda fikir üretir, sorgulama ve kanıtlama akışı gerçekleşir. Yapay zekâ kullanımı bu akışı, yani eleştirel düşünmenin etkisini azaltabilir mi? Olabilir. Eleştirel düşünce merak duygusuyla özdeşleşiyorsa, o zaman eleştirel düşünceyle birlikte merak da körelir mi? İşte bu güzel bir soru. Merak, yani gerçeği anlama arzusu bu korelasyonu bozuyor. Çünkü bir matematikçi soruyu çözünce değil, soruyu ve cevabını anlama yolunda matematikçi olur. Cahit günümüzün, Selma ise geleceğimizin engel tanımayan, matematik yolunda ilerleyen gerçek matematikçileridir.

Bu yolun daha devamı çok. Siz siz olun, ama kendi serüveninizde Cahit ve Selma gibi umut ve merak dolu kalın. İyi yolculuklar.

Kaynaklar

[1] Twain, M. (2021). *İnsan nedir*. Genç Destek.

[2] Doxiadis, A., Papadimitriou, C. (2009). *Logicomix*. Bloomsbury.

[3] Kumar, S. P. (2025). Plato meets the algorithm: Classical philosophy and modern AI. *International Journal of All Research Education and Scientific Methods (IJARESM)*, 13(7), 1040–1042.

[4] Chomsky, N. (2023). Noam Chomsky: The false promise of ChatGPT. Erişim Adresi: https://www.nytimes.com/2023/03/08/opinion/noam-chomsky-chatgpt-ai.html (Erişim Tarihi: 27.02.2026).

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Denklemin Sağ Yanı: Umudun Matematiği

AHMET SEVMEN

Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi, Matematik Bölümü
ahmetsevmen@gmail.com

Akademik Danışman: Doç. Dr. Nimet Çoşkun
Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi, Matematik Bölümü

Sayıların Ruhuna Yolculuk

Matematik denilince çoğumuzun aklına tahtadaki rakamlar ya da hesap makinesinin tuşundan çıkan sesler gelir. İnsanların pek çoğu sayılardan korkar, bütün bilimlerin anası olan matematiği soğuk rakamlar olarak görür. Oysa hayatın en çıkmaz sokaklarında, bir enkazın başında ya da belirsiz bir geleceğin kapısında, bizi ayakta tutan şey sadece kuru bir iyimserlik değildir. Asıl umut, bütün karmaşanın ürküten bilinmezliğini yok eden, belirsizliği adım adım bir denkleme dönüştüren rasyonel cesarettir. Benim için matematik; bir binanın statik hesabındaki gerçekliğin akan betonda ve döşenen demirde hayat bulması, bir çiftçinin yağmuru gözlerken tutunduğu veri ve karanlıktaki bir gezegeni hiç görmeden bulduran güvendir. Bu yüzden denklemin sağ yanına yazılan çözüm, aslında geleceğe olan inançtır.

Var Olmanın Yazılımı ve Öğrenen Zihin

Hem umut hem de matematik uzaklarda değil içimizde, hücrelerimizin çekirdeğinde yazılıdır. A, T, G ve C harflerinden oluşan DNA'mız bir permütasyon mucizesidir ve saniyede milyonlarca kopyalama hatasını düzelten muazzam bir matematiksel onarım algoritmasıdır (Alberts ve ark., 2014). Eğer biyolojik varlığımız bu hata düzeltme matematiğine sahip olmasaydı yaşam, muhtemelen başladıktan birkaç nesil sonra biterdi. Bu hata düzeltme matematiği, kanserle mücadelenin de en büyük dayanağıdır. Kanser, hücrenin bölünme algoritmasındaki bir sapma olsa da, tümörün büyüme hızını öngören diferansiyel denklemler ve tedavide kullanılan ışınların açısını belirleyen optimizasyon modelleri, kanser tedavisindeki umut yolunun matematikten geçtiğini göstermektedir (Bortfeld, 2006).

İçimizdeki bu matematik, zihnimizde de devam eder. Yeni bir şey öğrenirken yaşadığımız zorlanma, aslında beynimizin bir optimizasyon sürecidir. "Unutma Eğrisi" (Ebbinghaus, 1885) bize hafızanın nankörlüğünü gösterirken "Aralıklı Tekrar" matematiği bu eğriyi bükmemizi sağlar. Bir konuyu öğrenmek, beynin Bayesyen bir yaklaşımla eski bilgilerini yeni kanıtlarla güncellemesidir (Sutton ve Barto, 2018). Yani "öğrenemiyorum" diye bir şey yoktur, sadece doğru algoritmayı henüz oluşturamayan bir zihin vardır. Öğrenmek, cehaletin karanlığına karşı atılan en büyük matematiksel adımdaki umuttur.

Topraktan Göklerin Derinliğine

Zihnimizdeki bu öğrenme tutkusu ve merak, bizi toprağa ve göklerin bilinmezliğine doğru götürür. Bir çiftçinin gökyüzüne bakıp beklediği o yağmur umudu, bugün Navier-Stokes denklemleriyle süper bilgisayarlarda işlenir ve meteoroloji, doğanın bilinmezliğini olasılık eğrilerine çevirerek emeği korunmasına katkı sağlar. Bu rasyonel öngörü, roketlerin dünyadan fırlatılmasının yolunu açan Roket Denklemi (Tsiolkovsky, 1903)'ne kadar uzanır. 19. yüzyılda Adams'ın, teleskoba hiç dokunmadan, sadece kağıt üzerindeki sapmaları hesaplayarak Neptün'ü bulması (Adams, 1846) matematiğin, karanlığı delen çok kuvvetli bir ışık olduğunun en büyük kanıtıdır. Görünmeyeni bulmak bir mucize değil, doğru kurulmuş bir denklemdir.

■ Cezeri'nin Dişlilerinden Şifanın Yazılımına

Matematiğin kadim gücü 12. yüzyılda Artuklu sarayında El-Cezeri'nin ellerinde hayat bulmuştur. Cezeri, matematiği dişlilerin ve suyun diliyle konuşturarak bugünün robotik dünyasının temellerini atmıştır (Hill, 1974). Onun tasarladığı makineler, bugün hastanelerdeki MR cihazlarının içinde Fourier dönüşümlerine evrilmiştir (Bracewell, 1986). Gözün göremediği bir tümörü ya da bir suç mahallindeki düşük pikselli bir görüntüyü matematiksel enterpolasyon ile netleştirmek, belirsizliğin altına gizlenmiş hakikati gün yüzüne çıkarmaktır (Gonzalez ve Woods, 2018). Matematik burada sadece bir hesap aracı değil, hayat kurtaran bir neşterdir.

Bu teknolojik evrim, veriler arasındaki karmaşık ilişkileri lineer cebir ve olasılık teorisiyle çözen devasa bir "öğrenen matematik" sistemi olan yapay zeka ile daha üst seviyelere taşınmaktadır (Goodfellow ve ark., 2016). Kısıtlı kaynakları en verimli şekilde değerlendirip, veri kalabalığının içinden gerekli bilgiyi ayıklayarak toplumsal refahı artırmak yapay zekanın sunduğu en gerçekci umut değil midir?

■ Sağlam Yapılar ve Refahın Ekonomisi

Ancak matematiğin en zor sınavı, başımızı soktuğumuz yuvalarımızdadır. Deprem kuşağındaki ülkemiz için statik hesaplar, kağıt üzerindeki sayılardan çok daha fazlasıdır. Onlar bizim yaşam garantimizdir. Bir mühendisin çözdüğü kütle ve sertlik matrisleri, binanın rüzgarla ve yerle yaptığı o amansız pazarlığın sonucudur (Chopra, 2017). Sismik izolatörler ise doğanın öfkesini matematiksel bir zarafetle yutan modern zırhlarımızdır (Paz ve Leigh, 2004).

Bu güvenlik arayışı, toplumsal refahın kalbinde de yatar. İşletmelerin sürdürülebilir karlılığı; marjinal analizler ve doğrusal programlama modelleriyle (Hillier ve Lieberman, 2015) israfın en aza indirilmesidir. Verimlilik matematiği, kısıtlı kaynakları doğru yöneterek binlerce insana iş, aş ve gelecek umudu sağlar. Karlılığın matematiği, ekonominin belirsizliğindeki ışıktır.

■ Kriptoloji: Dijital Dünyanın Sarsılmaz Güveni

Belirsizliğin ve karmaşanın hakim olduğu dijital dünyada, bizi kötülüklerden koruyan unsur asal sayıların sarsılmaz gücüdür. Kriptoloji, dijital özgürlüğümüzü ve verilerimizi devasa asal sayıların çarpımına dayalı algoritmalarla mühürler (Rivest ve ark., 1978). Bir verinin şifrelenmesi, kaosun içine düzen yerleştirmek, o şifrenin çözülmesi ise doğru anahtarla kapalı kapıları açmaktır. Kriptoloji, uçsuz bucaksız sanal dünyada matematiğin bize sunduğu güvenli bir liman, geleceğin dijital mimarisindeki en sağlam kilit taşıdır.

■ Kaosun Estetiği ve Barışın Denklemi

Doğanın karmaşası bile aslında gizli bir estetik barındırır. Kar tanesinin simetrisinden akciğerimizdeki damar ağlarına kadar her şey Fraktal Geometri'nin eseridir (Mandelbrot, 1982). Evrenin her köşesinde karşımıza çıkan Pi ve Altın Oran gibi sabitler, kaosun ortasında güvenebileceğimiz sarsılmaz direklerdir (Gleick, 1987).

Matematiğin soğuk yüzü, bir savaş füzesinin rotasını çizen çok değişkenli diferansiyel denklemlerde ortaya çıkar. Fakat umut, tam da bu anda belirir. Gelen tehlikeyi saniyeler içinde analiz eden Kalman filtreleri ve olasılık algoritmaları o yıkımı havada durduracak savunma kalkanını oluştururken (Maybeck, 1979), matematik "Oyun Teorisi" (Nash, 1950) ile çatışma yerine iş birliğini seçmenin (Nash Dengesi), her zaman daha kazançlı bir sonuç doğurduğunu göstermiştir. Barış sadece bir dilek değil, bir zorunluluk olmalıdır. Eğer bu denklemi doğru okursak, yıkım yerine büyük bir refah inşa edebiliriz.

■ Geleceğin Formülü

Umut, gözlerimizi kapatıp her şeyin iyi olmasını dilemek değildir. Umut; DNA'nın tamir gücü, Neptün'ün koordinatı, binanın deprem izolatörü, zihnin öğrenme azmi ve yapay zekanın yorulmayan çözümleme algoritmasıdır. Yaşadığımız evren ne kadar karmaşık görünürse görünsün, her sorunun içinde çözülmeyi bekleyen bir umut ve her karanlığın sonunda mutlaka bir "eşittir" işareti vardır.

Gelecek, belirsizliğin korkusuyla değil, doğru kurulmuş denklemlerle inşa edilecektir. Denklemin sol tarafına hayatın tüm zorluklarını koysak da, sağ tarafına "Umut" yazacak olan biziz. Çünkü matematik bize fırtınada nasıl duracağımızı değil, fırtınayı nasıl bir güce dönüştüreceğimizi öğreten umudun adıdır.

■ Kaynaklar

[1] Adams, J. C. (1846). On the perturbations of Uranus.

[2] Alberts, B., Johnson, A., Lewis, J., Morgan, D., Raff, M., Roberts, K., Walter, P. (2014). Molecular biology of the cell (6. bs.). Garland Science.

[3] Bortfeld, T. (2006). IMRT: A review and preview. Physics in Medicine Biology.

[4] Bracewell, R. N. (1986). The Fourier transform and its applications (2. bs.). McGraw-Hill.

[5] Chopra, A. K. (2017). Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering (5.bs.). Pearson.

[6] Ebbinghaus, H. (1885). Über das Gedächtnis: Untersuchungen zur experimentellen Psychologie. Duncker & Humblot.

[7] Gleick, J. (1987). Chaos: Making a new science. Viking Penguin.

[8] Gonzalez, R. C., & Woods, R. E. (2018). Digital image processing (4. bs.). Pearson.

[9] Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). Deep Learning. MIT Press.

[10] Hill, D. R. (1974). The book of knowledge of ingenious mechanical devices by Ibn al-Razzaz al-Jazari. Reidel.

[11] Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2015). Introduction to operations research (10. bs.). McGraw-Hill.

[12] Mandelbrot, B. B. (1982). The fractal geometry of nature. W. H. Freeman.

[13] Maybeck, P. S. (1979). Stochastic models, estimation, and control. Academic Press.

[14] Nash, J. (1950). Equilibrium points in n-person games. Proceedings of the National Academy of Sciences, 36(1), 48–49.

[15] Paz, M., & Leigh, W. (2004). Structural dynamics: Theory and computation (5. bs.). Springer.

[16] Rivest, R. L., Shamir, A., & Adleman, L. (1978). A method for obtaining digital signatures and public-key cryptosystems. Communications of the ACM.

[17] Sutton, R. S., & Barto, A. G. (2018). Reinforcement learning: An introduction (2. bs.). MIT Press.

[18] Tsiolkovsky, K. E. (1903). The Exploration of Cosmic Space by Means of Reaction Devices

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Sonsuz İhtimal, Tek Umut

ARZU SAFAROVA[1] VE ZEYNEP ÖRENÇ[2]

[1] *Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü*
[2] *Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü*
arzusafarova@hacettepe.edu.tr, zeyneporenc@hacettepe.edu.tr

Akademik Danışman: Prof. Dr. Selma Özçağ
Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü

İnsana güç veren şey nedir?

-Umut

Peki "Umut" nedir?

Umudun, bir sonuca yönelik arzu ile bu sonucun gerçekleşme olasılığına duyulan inancın bileşiminden oluşan bir tutum olduğunu varsayalım. Ancak, mümkün olduğuna inandığımız ve arzuladığımız her sonuç umudumuzun nesnesi midir? Yoksa umudu asıl tanımlayan, düşük olasılıklara rağmen varlığını sürdürebilme kapasitesi midir? Bu durum umudun inanç ve arzulara indirgenip indirgenemeyeceği sorusunu bize düşündürtmüyor değil...

Peki umudun sadece iyimserlikle eşdeğer olduğunu söyleyebilir miyiz? Ya da umudun sadece olasılıklara bağlı olduğunu varsayabilir miyiz? Yüzyıllar boyunca umut kavramı üzerinde çalışan filozoflar farklı bakış açılarına sahip olsalar da bazı ortak noktalarda buluşurlar; bunlardan biri de gelecektir. Nitekim Platon'un da belirttiği gibi, her eylemimiz aslında geleceğe dair bir tasavvurdur ve bu bizi kaçınılmaz olarak umuda bağlar. Peki, gelecek bize neyi anımsatır? Gelecek denildiğinde aklımıza gelen her şey birer olasılıktır: kurduğumuz hayaller, bir gün yön vermek istediğimiz yaşam planları... Kimi zaman kaygı, kimi zaman rahatsız edici bir belirsizlik kimi zamansa deneyimlemeyi arzuladığımız ihtimaller olarak karşımıza çıkar; kısacası olasılıklar silsilesidir.

Olasılık teorisi, belirsizliğin matematiğidir. Bir olayın gerçekleşme ihtimali 0 ile 1 arasında yer alır ve olasılığı sıfırdan büyük olduğu sürece teorik olarak mümkündür. Belki de insanların "mucize" olarak tanımladığı şey tam da budur: umut. Çünkü umudu en açık biçimde, olasılığı sıfır olmayan her gelecek senaryosu olarak düşünebiliriz; bu da umut etmek için yeterli bir gerekçe sunar. Tarih boyunca insanlar umut ile cesaret arasındaki ilişki üzerine düşünmüş ve bu iki kavramı sıklıkla birbirine yaklaştırmıştır. Zira umudun peşinden gitmek, her zaman bir ölçüde cesaret gerektirir.

Umudu "Olasılığı sıfır olmayan gelecek senaryosu" şekilde tanımlasak da bu kavramı biraz daha açmamız gerekebilir. Çünkü gerçek dünyamız dinamiktir, içinde yaşadığımız zaman, akıp giden bir nehir gibidir ve biz bu nehrin yönünü anlık kararlarımız, küçük dokunuşlarımız ile değiştirme gücüne sahibiz. Matematiğin iki güçlü dalı olan Olasılık Teorisi ve Kaos Teorisi bu kavramları daha iyi anlamamıza yardım eder. Şimdi ise umudu, bu iki teorinin kesişim kümesinde bir süreç olarak yeniden tanımlamamız gerekir.

Olasılık Teorisi

Olasılık teorisi omega diye adlandırdığımız (Ω), tüm olası sonuçlar kümesi ile başlar. Aslında hayatlarımız birer deneylerdir ve başımıza gelen iyi veya kötü tüm olaylar Ω uzayımızın elemanlarıdır, yani gerçekleşme olasılıkları 0 ile 1 arasında bir P sayısıdır.

- $P(A) = 0$, A olayının gerçekleşmesi imkansızdır,

- $P(A) = 1$, A olayı kesin olarak gerçekleşecektir,
- $0 < P(A) < 1$, A olayı belirli bir ihtimal dahilinde gerçekleşebilir.

Az önce umut için olasılığı sıfırdan büyük olan herhangi gelecek senaryosu dedik, peki inandığımız ve arzuladığımız tüm sonuçlar buna dahil midir? Mesela her sabah güneşin doğudan doğması veya batıdan batması bizim umut ettiğimiz bir olay değildir. Bu artık bizim için beklenti haline girer, çünkü olasılığı neredeyse 1'dir. O zaman umut, olasılığı daha düşük olaylarla bağlantılıdır sonucuna varabiliriz…

Olasılık Teorisine ek olarak koşullu olasılığa da ihtiyacımız vardır, çünkü hayatta herhangi bir olayın gerçekleşme ihtimali başka bir olayın varlığına bağlı olarak değişir.

Yani, P(A|B) olacak şekilde gösterimimiz B olayı gerçekleştiğinde A olayının da gerçekleşme olasılığıdır. Bunu da gerçek hayatla bağdaştırırsak, arzuladığımız sonuçların olasılığı onlar için gösterdiğimiz çabaya bağlıdır diyebiliriz.

Yukarıda umutla iyimserliğin aynı olup olmadığı üzerine düşünmüştük. Burada diyebiliriz ki, iyimserlik aslında olasılık hesabı yapmadan bir beklenti eğilimi, olayları olumluya yormaktır. Umutta ise daha çok netlik vardır ve gerçekliği daha çok taşır.

■ Kaos Teorisi

Zaman akıp giderken yeni olasılıklar yaratır, yeni başlangıç koşulları ortaya çıkar. Peki biz bu akışın değişimini anlamak için ne yapabiliriz?

Öncelikle Kaos teorisine Kelebek etkisiyle giriş yapalım. Bu kavram 1960'larda Edward Lorenz tarafından hava durumu modelleri üzerinde çalışırken bir hata sonucu ortaya çıkan keşifle ilgilidir. Lorenz bilgisayarında çalışırken başlangıç değerlerinden birini 0.506127 yerine 0.506 girer ve bu yuvarlama sonraki adımlarda çok büyük farklılıklara neden olur, öyle ki ortaya bambaşka bir hava durumu tablosu çıkar. Yani bu şu anlama gelir: Başlangıç koşullarında yaptığımız çok küçük farklılıklar zaman içinde büyür ve en sonda çok büyük farklılıklara yol açar.

"Amazonda bir kelebeğin kanat çırpışı, Teksas'ta bir kasırgaya neden olabilir mi?"

İçinde bulunduğumuz an bizim için başlangıç koşulu olsun. Bu umutsuzluk, çaresizlik, sıkıntı yani bugün içinde olduğumuz herhangi bir durum olabilir. Kelebek etkisi ise bize bu başlangıç koşullarındaki küçük bir değişimin gelecekte bize büyük bir fark yaratabileceğini anlatır.

Umut etmek, bugünkü durumunun geleceğini belirlemesine itiraz etmektir. Umut, bu anın sadece bir başlangıç noktası olduğunu bilerek, bu noktadan sonra yapılan her şeyin çizilecek yörüngemizi tamamen değiştireceğini fark etmektir.

Olasılık Teorisi ile elimizde P(A), yani, başlangıç koşulumuz var. Kelebek etkisi bize bu başlangıç koşulunun her küçük adım ile güncellendiğini söyler.

$$P(A) \to P(A|B) \to P(A|B,C) \to P(A|B,C,D) \ldots$$

Burada B, C, D bizim her yeni eylemimizi temsil eder. $P(A) = 0.001$ olabilir, yani aslında umutsuzluğa yakın bir ihtimal olabilir. Yeni bir B adımı atarsak, bu başlangıç koşulumuzu değiştirir. Artık yeni başlangıç koşulumuz $P(A)$ değil, $P(A|B)$ dir. C, D, E adımları bu olasılığı katlayarak artırabilir, hayalimize ulaşma olasılığı %5, belki %10 bile olabilir.

Aslında tam bu noktada insanların kullandığı kavramlardan biri olan mucize ile karşılaşırız. Aslında Kaos Teorisi bize mucizelerin sadece kelebek etkisini, yani başlangıç koşullarındaki küçük değişimlerin büyük sonuçlarını anlatır.

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x),$$
$$\frac{dy}{dt} = x(\rho - z) - y,$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - \beta z.$$

Bu denklemler kaos teorisinin temellerini oluşturur. Bu denklemlerdeki σ (sigma), ρ (rho) ve β (beta) parametreleri, sistemin davranışını belirleyen sabitlerdir.

Kelebek etkisini toplumumuzda nasıl ifade ettiğimizi Ekonomist Nassim Nicholas Taleb "Siyah Kuğu Teorisi" ile açıklamıştır. Bu teori tarihi ve ekonominin akışını değiştiren ancak gerçekleşene kadar kimsenin beklemediği olayları tanımlar. İsmini eski bir Avrupa inancından alır: Eskiden tüm kuğular beyaz sanılırken Avusturalya'da ilk siyah kuğu ortaya çıkınca bu bin yıllık bilgi yerle bir edilmiştir. Siyah Kuğu Teorisine Covid Pandemisi örnek olarak verilebilir. Çünkü kimse dünyanın işleyişinin bu kadar ani ve hızlı bir şekilde durabileceğini beklemiyordu ta ki gerçekleşene kadar. Aynı şekilde 2008'deki sağlam olduğu düşünülen ama emlak piyasasındaki küçük bir pürüzün küresel bir çöküş olan ekonomi krizi ortaya çıkarması da örneklerden biridir.

Kısacası, Umut arzu ve inanç değildir. Kaos teorisi ve Olasılığı göz önüne alırsak, umut sürekli güncellenen koşullu bir olasılık fonksiyonudur. Pasif bir beklenti değildir, insanın kendi elinde olan bir eylemdir. Gelecek, eylemlerimizin sonuçlarının olasılıklar silsilesidir ve geleceğimizin haritasını çizmek bizim elimizdedir. Çünkü az önce de dediğimiz gibi bir kasırga, bazen bir kelebeğin kanat çırpışıyla başlayabilir…

■ Kaynaklar

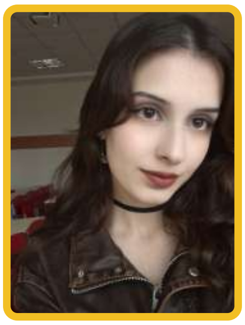
[1] Stanford Encyclopedia of Philosophy. (2022). Hope.

[2] Taleb, N. N. (2007). Siyah kuğu: Olasılıksız görünenin etkisi. (Çev. I. Taşçıoğlu & G. K. Şahsuvar).

[3] Kolmogorov, Andrey N. Foundations of the Theory of Probability.

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Matematiğin Umut İnşası



Begüm Vural[1] ve Selin Yücebaş[2]

[1] *Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü*
[2] *Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü*
bgmsoshiny@gmail.com, cekimselinyucebas@gmail.com

Akademik Danışman: Prof. Dr. Selma Özçağ
Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü

Umut, iyi bir geleceğin mümkün olabileceğini düşünmektir. Bazı başlangıç koşullarını değiştirip geliştirdiğimiz takdirde "iyi gelecek" ifadesinin çelişkili olmayacağına dair matematiksel bir sezgidir. Umut kavramını matematiğin içinden bir parça olan ontolojik ispat çerçevesinde incelediğimizde, bireyin içinde bulunduğu yapıyı yeniden düzenlemesiyle iyi bir geleceğin mantıksal olarak mümkün olabileceğini görürüz.

İyi bir gelecek hakkında umudu olmayan bir kişinin temel iddiası: "Bu şartlarda mümkün değil."dir. Bu noktada çelişkiyi "iyi gelecek" ifadesinde değil mevcut şartlarda aramamız gerekmektedir. Şartların iyileştirilebilirliği iyi geleceği mümkün kılacaktır.

Model teorisine göre birinci derece mantıkta eğer çelişki içermeyen bir aksiyom sistemi varsa (sistem tutarlıysa), bu sistemin en az bir modeli vardır. Bu demek oluyor ki çelişkisizlik, en az bir yapıda "gerçekleştirilebilirliği" beraberinde getirir. Başka bir deyişle mantıksal olarak çelişmeyen yapı, en az bir modelde mümkündür.

Bundan sonra umut kavramını "iyi bir geleceğin mümkün olabileceğine inanmak" olarak tanımlayalım ve matematiksel olarak ifade edelim.

$$f : D \to R$$

bir fonksiyon olsun.

$$D : \{\text{kazanılan beceriler, tolerans kapasitesi, istekler, ...}\},$$
$$R : \ \text{mümkün gelecekler uzayı},$$
$$(G : \ \text{hedef küme}) \quad G \subseteq R : \ \text{iyi gelecekler kümesi}.$$

İncelememiz gereken soru şudur:

$$f(D) \cap G \neq \varnothing$$

mi? Diğer bir deyişle tanım kümesinden ulaşılabilecek sonuçlar içerisinde iyi bir gelecek var mı? Eğer tanım kümesi D_1 dar bir küme ise bunun karşılığı "az seçenek, az hareket alanı"dır. Öyleyse

$$f(D_1) \cap G = \varnothing$$

olabilir. Eğer birey veya toplum için bu sonuç çıkıyorsa bu durum iyi bir geleceğin yokluğunu değil, D tanım kümesinin darlığını ifade eder. Eğer ki $D_1 \subseteq D_2$ olacak şekilde daha geniş bir D_2 şartlar kümesi varsa fonksiyonun görüntü kümesi de genişler ve erişilebilir sonuçlar kümesi büyür:

$$f(D_1) \subseteq f(D_2)$$

Buradan çıkarılacak sonuç şudur: İyi bir geleceğin mümkün olup olmaması kapasite uzayına bağlıdır. Matematiksel olarak umut, $f(D)$ görüntü kümesini G ile kesişecek düzeye getirecek dönüşümü başlatmaktır. Ontolojik ispat ve model teorisi bize gösterir ki kötü bir gelecek zorunlu değildir."Bu şartlarda iyi bir gelecek mümkün değil" ifadesindeki çelişki "iyi gelecek"te değil yetersiz tanım kümesindedir. Tanım kümesi genişledikçe geleceğin iyiliğiyle çelişen durumlar giderek ortadan kalkabilir. Bununla beraber umut kavramı irrasyonel bir beklentiden ibaret olmayarak matematiksel ve yapısal bir tercih haline gelir.

Tüm bunların sonucunda iyi geleceğin mümkünlüğü; kötü geleceğin zorunlu olmadığını kabul edip tanım kümesini genişletmekten geçiyor. Matematik, ontolojik ispat ve model teorisi; umut kavramını yeniden yorumlarken bize ışık tutar.

■ Kaynaklar

[1] Hodges, W. (1993). *Model Theory*. Cambridge University Press.

[2] Anselm of Canterbury.

[3] Gödel, K. (1995). Ontological proof. In S. Feferman et al. (Eds.), *Kurt Gödel: Collected Works, Vol. III*. Oxford University Press.

[4] Mendelson, E. (2015). *Introduction to Mathematical Logic* (6th ed.) CRC Press.

[5] Shoenfield, J.R. (1967). *Mathematical Logic*. Addison-Wesley.

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Matematiksel Umut: İspat Öncesi Bir Kabul

BERAT YİĞİT KATIRCI

TED Üniversitesi Matematik Bölümü
byigit.katirci@tedu.edu.tr

Akademik Danışman: Dr. Engin Özkan
TED Üniversitesi Matematik Bölümü

Matematik, sonuçların kanıt yoluyla temellendirildiği bir disiplindir. Umut kavramı ise ihtimallerin içinde varlık kazanan bir kavramdır. Matematik ispat ister, umut ise ihtimallerin oluşturduğu belirsizliğe yani ispatlanmamışa yöneltir. Bu sebeple matematik ve umut arasında bir çatışma varmış gibi görünür. Ancak bir matematikçiyi, henüz çözülmemiş bir problemle karşılaştığında çalışmaya devam etmeye iten şey nedir? İşte bu noktada matematik sadece bir mantığın değil, gerçek bir pratiğin umudu haline gelir. Çünkü yapılan her ispat, öncesinde bir çözümün var olduğuna dair kabul ile başlar. Bu sebeple umut, matematikten ayrı bir kavram değil, aksine onun başlangıç koşuludur.

Matematiksel bir araştırma, çözümü henüz bilinmeyen bir önerme ile başlar. Bir teorinin doğruluğunu araştırmak, buna yönelik bir çalışma yürütmek aslında o teorinin doğruluğunun mümkün olduğuna dair bir ön kabul varlığı ile mümkündür. Aksi halde ispat arayışı anlamsız olur. Matematikçi kanıta apaçık şekilde ulaşamasa bile yapının içinde tutarlılık bulunduğunu varsayar. Bu, sadece bir iyimserlik değil, gerçek bir beklentidir. Çünkü matematik kaotik bir alan değil, tutarlı bir sistemdir. Bu sistemde henüz ortaya çıkmamış bir düzen olduğuna inanmak umudun ilk biçimidir.

Sistem kavramı üzerine yoğunlaşırsak, matematiksel sistem, doğruluğu kabul edilen aksiyomlar üzerine kurulur. Başlangıç önermeleri olmadan teorem kurulamaz, ispat ilerleyemez. Aksiyomlar doğrulukları ispatladığı için değil düşünsel bir yapıyı mümkün kıldığı için kabul edilir. Aynı şekilde, insan da günlük yaşamında bazı ön kabuller ile harekete geçer. Geleceğin tamamen anlamsız olmadığına, eylemlerinin bir karşılığı olduğuna dair kabuller olmadan eylem gerçekleşmez. Bu bağlamda umut, kanıtlanmış bir şey değil; harekete geçmeyi mümkün kılan bir başlangıç noktasıdır. Tıpkı aksiyomlar gibi umut da ispattan önce kabul edilir. Bu kabulün ardından sistemler kurmaya başlar.

Matematiksel araştırma, yalnızca sonuca ulaşmaya yönelik bir çalışma değildir; üzerinde durulan sistemin sınırlarını test etme çabasıdır. Çözümü yapılmamış her problem, araştırmacıya sistemin nerede veya nerelerde tıkandığını gösterir. Nitekim matematikçiler yüzyıllar boyunca ikinci, üçüncü ve dördüncü derece denklemlerin çözümü için genel formüller geliştirmiştir. Doğal beklenti beşinci derece denklemler içinde genel bir formül bulunacağı şeklindeydi. Bu bekleyiş 19. yüzyıla kadar devam etmiştir. Nihayetinde 1824 yılında Niels Henrik Abel "*Mémoire sur les équations algébriques, où l'on démontre l'impossibilité de la résolution de l'équation générale du cinquième degré*" isimli makalesinde genel bir çözümün imkânsız olduğunu göstermeyi başardı. Abel'in bu başarısı sadece çözümün olmadığını göstermekle kalmadı, matematiksel düşüncenin yön değiştirebileceğine dair umudu gösterdi. Beşinci derece denklemlerin genel formülünün bulunamayacağının ispatlanması, beklentinin son bulması değil; matematiksel sistemin sınırlarının anlaşılmasıydı.

Matematik tarihinde umudu görebileceğimiz en çarpıcı örneklerinden biri; yüzyıllar boyunca çözümü bulunamamış Fermat'ın son teoremidir. 1607 yılında Fransa'nın güneyinde doğan Pierre de Fermat, boş zamanlarında çalıştığı matematik sayesinde adını tarihe geçirdi. Fermat'ın son teoremine dair ilk ipuçları 1657 yılında İngiliz matematikçiler John Wallis ve William Brouncker'la yaptığı yazışmalarda ortaya çıkmıştır. Ancak teoremin tam ifadesi Fermat'ın ölümünden sonra Diophantus'un *Arithmetica* adlı eserinin Fermat'a ait nüshasında sayfa kenarına karalanmış şekilde ortaya çıkmıştır. Bu önerme uzun yıllar boyunca doğru olduğuna inanılan fakat kanıtı bulunamamış bir şekilde varlığını sürdürdü. Teoriyi ispatlayan İngiliz matematikçi Andrew Wiles, 10 yaşındayken yerel halk kütüphanesindeki bir kitapta gördüğü Fermat'ın son teoremi üzerinde çalışmaya neredeyse o yıllarda başladı. 1994 yılında eski bir öğrencisi olan Richard Taylor ile teorinin ortaya atılışından 357 yıl sonra çözüme ulaştılar. Bu ispat, bir başarıdan çok ötesinde; çözümün varlığına dair sağlam bir güvenin sonucuydu. İspat henüz bulunmamışken yürütülen çalışma, rastgele bir iyimserlikten ibaret değil; yapının tutarlı olduğuna dair gerçek bir umuda dayanıyordu. Pes etmeden yıllar boyunca çalışmalarına devam eden Wiles'ın çalışmasından da görüleceği üzere her kanıtın öncesinde görünmez bir kabul vardır.

Matematik tarihi uzun süre çözümü bulunmamış problemlerin araştırmacıları yıldırmadığı, aksine ispata yönlendiren örnekler ile doludur. Yani Wiles'ın çalışması matematik ve umudun istisnai bir örneği değildir. Benzer biçimde 1900 yılında, David Hilbert tarafından ortaya koyulan ve halen bir kısmı çözülememiş problemler matematiğin gerilemesine sebep olmamış, aksine çözülen her problem ilerlemeyi sağlamıştır. Buradan da çıkarabileceğimiz üzere matematiksel yapıda çözüme henüz ulaşılmamış olması, çözümün olmadığı anlamına gelmez; çözümün henüz keşfedilmediğini gösterir. Bu nedenle matematik çoğu branşın aksine belirsizliği bir duraklama olarak değil, araştırmacının itici gücü olarak kullanır.

Ancak umut ile iyimserlik kavramlarını birbirine karıştırmamak gerekir. İyimserlik sonucun pozitif olacağına dair duyulan pasif bir beklentidir. Umut ise sonucun ne olacağını garanti etmeyen çabayı sürdürebilme iradesidir. Matematikte hiçbir probleme çözümün kaçınılmaz olduğu gözüyle bakılamaz. Çözüm sistematik ve sabırlı çalışmaya dayanır. Bu sebeple matematikte umut, başarının garantisi değil, araştırmanın devamlılığını mümkün kılan bir tutumdur. Belirsizlik ortadan kalkmadan da araştırma devam ettirilebilir. Hatta ilerlemenin önemli bir bölümü tam da bu belirsizlik içinde gerçekleşir.

Başlangıçta matematik ile umut arasında bir gerilim varmış gibi görünüyor. Oysa derinlemesine incelendiğinde, matematik kesinliğe belirsizlik olmadan ulaşamaz. Kesinlik, belirsizliğin sistemli şekilde sorgulanmasıyla ortaya çıkar. Her ispat, öncesinde görülemeyen bir düzenin açığa çıkmasıdır. Her çalışma henüz görünmeyen bir çözümün olduğuna dair bir ön kabule dayanır. Bu nedenle umut, matematiğin dışında değildir, bizzat onun hareket ilkesidir. Matematik kanıtlanmış doğrular bütünü değildir; henüz kanıtlanmamış doğruların peşinden gitme umududur.

■ Kaynaklar

[1] Abel, N. H. (1824). Mémoire sur les équations algébriques, où l'on démontre l'impossibilité de la résolution de l'équation générale du cinquième degré.

[2] Hilbert, D. (1900). Mathematical problems. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 8, 437–479.

[3] Singh, S. (2000). *Fermat'ın Son Teoremi* (Çev. Sabir Yücesoy). İstanbul: Bilim Yayınları.

[4] Stedall, J. (2012). *The History of Mathematics: A Very Short Introduction*. Oxford University Press.

[5] Wiles, A. (1995). Modular elliptic curves and Fermat's Last Theorem. *Annals of Mathematics*, 141(3), 443–551.

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Matematik Yapmanın Gerek Koşulu: Umut Etmek

ELİFNAZ ÖMEROĞLU[1] VE
SEVGİ SENEM ÇETİNKAYA[2]

[1] *Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü*
[2] *Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü*
elifnazomeroglu@hacettepe.edu.tr, sevgicetinkaya@hacettepe.edu.tr

Akademik Danışman: Doç. Dr. İsmail Aslan
Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü

Bu makalede, matematik yapmanın gerek koşulu olduğunu savunduğumuz umudun matematikle olan ilişkisini inceleyeceğiz. Matematik; sayma, ölçme ve nesnelerin şekillerini tanımlama gibi temel uygulamalardan evrimleşmiş yapı, düzen ve ilişki bilimidir. Matematik tümelliğin en saf hâlidir, sonuçları ve kuralları evrenseldir. İnsan, tümel matematik konularının içinde tikel varlığıyla umut üretir. Tarih boyunca "umut", kimi filozoflara göre korkunun kardeşi, kimilerine göre ise cesaret olarak değerlendirilmiştir. Modern psikolojide ise motivasyon ve dayanıklılıkla ilişkilidir. Umut, her bireyin varoluşunda kendine özgü bir anlam barındırır ve farklı biçimlerde tezahür eder. Bazen de hayatı anlamlı kılan bir zorunluluk olur. Gabriel Garcia Márquez'in "Albay'a Mektup Yok" adlı eserinde şu satırlar yer alır:

> "Umut karın doyurmaz." dedi kadın.
>
> "Karın doyurmaz ama insanı ayakta tutar." diye yanıtladı albay [1].

Matematik ve umudu bir arada düşünmek kimilerine zor gelebilir. Çünkü matematik gerçekçi ve net çizgilerle sınırlanabilirken, umut kimi zaman gerçeklikten uzaklaşıp hayal dünyasında var olabilir. Matematik "bunu göster" derken umut, "buna inan" der. Aslında gerçeği anlayabilmek, ona ulaşma umudunu taşımaktan geçer. İşte bu noktada, zıt gibi görünen bu iki kavram birbirinden tamamlar. Whitehead'ın düşüncesine göre matematiksel bilginin insanların yaşamları, günlük uğraşları ve toplumun örgütlenmesi üzerinde muazzam bir etkisi vardır [2]. Buna birçok örnek verilebilir. Havacılık sanayisi bunlardan biridir. Uçak tasarımcılığı, içinde olağanüstü bir matematik barındırır. Aynı şekilde savaş esnasında arka planda yer alan teknik sistemlerin kusursuzluğu da matematiğin bir eseridir. Birçok eylemi gerçekleştirirken olduğu gibi, savaşabilmek için de motivasyona ihtiyaç duyulur; bu motivasyonun kaynağı da büyük ölçüde umuttur. Muharip pilot, yalnızca uçağın kumandasıyla değil, umudun ışığıyla da yön bulur. Onu umutlandıran şey elbette kazanma ihtimalidir. Bu ihtimal, bulunduğu uçaktaki teknolojiye duyulan güven ile güçlenir. Bu güven ise matematiğin kusursuzluğuna bağlıdır.

Bu düşünceyi matematiksel bir kavram üzerinden somutlaştırmak gerekirse, limit kavramı iyi bir örnek sunar. Matematikte limit, bir fonksiyonun ya da dizinin girdisi bir değere yaklaşırken fonksiyonun hangi değere yaklaştığını ifade eder [3]. Matematik vesilesiyle sonsuza giden bir yaklaşım bile anlamlı hâle gelir. Hedefe ulaşma yolunda, bazen ulaşamayacak olsak bile, epsilon kadar küçük bir mesafe kalana dek ilerlemek umudun bir ifadesidir. Matematik ise bu sürecin formülleştirilmiş halidir.

Bu düşünce, tarih boyunca farklı biçimlerde karşımıza çıkmıştır. Matematik tarihine baktığımızda, bazı isimler sadece teoremleriyle değil hayatlarıyla da bir miras bırakır. Pisagor ve Hypatia bunun güzel örneklerindendir. Biri sayıların düzeni simgelediğine, diğeri bilginin karanlığa ışık olabileceğine inanmıştır.

Bıraktıkları mirasta hem matematiğin kusursuzluğunu hem de umudun sıcaklığını görebilmek mümkündür. Pisagor, evrenin temelinde sayıların uyumu olduğuna inanmıştır [4]. Üçgenin kenarları arasındaki ilişki, düzenin bir göstergesidir. Kaotik görünen evrende bile değişmeyen oranlar varsa güvende hissetmek kaçınılmazdır. Matematik, düzene duyulan umudu en açık biçimde ortaya koyar. Hypatia ise bilimle kuşanmanın bir hayli zor olduğu, dogmaların sorgulamaların önüne geçtiği bir dönemde matematiğe katkı sağlamaktan geri durmamıştır. İskenderiye'de ders vermiş, sorgulamayı öğretmiştir. Onun için matematik, aklın bağımsızlığının bir ifadesidir. Onun ölümü, karanlık bir çağın sembolü olarak anlatılır ancak daha önemli bir gerçeği kanıtlar: fikirler öldürülemez. Eğer bir insan düşünce uğruna hayatını feda etmiş ise bu, umut etmenin en radikal biçimidir [5].

Bu düşünce modern matematikte de kendini gösterir. Kurt Gödel'in eksiklik teoremi, yeterince güçlü bir matematiksel sistemde, sistemin aksiyomları kullanılarak kanıtlanamayan veya çürütülemeyen önermeler olduğunu ortaya koyar. Yani her zaman matematik kuralları kullanılarak her sorunun kesin doğru ya da yanlış olduğu gösterilemez. İşte burada umut devreye girer. Matematikçi bir soruna veya teoreme yöneldiğinde, onun mevcut aksiyomlar içinde çözülebileceğini umut eder fakat bunun garantisi olmadığını da bilir. Umut, belirsizlik anına eşlik eden duygudur. Eksiklik teoremine ilk bakışta bu "eksiklik" bir sınır gibi görülebilir. Ancak bu sınır kısıtlayıcı değildir. Çünkü eksiklik, bize hâlâ keşfedilecek ve üzerine düşünülecek alanlar bıraktığı için umut vaat eder [6].

Tüm bu değerlendirmeler ışığında, matematikte kabule dayalı olarak kullandığımız aksiyomlar, tuğlaların bir binayı inşa etmedeki rolü gibi, matematiğin gelişiminde temel bir araç olmuştur. Matematik, "her bir aksiyom bir umuttur" düşüncesiyle evreni anlamaya ve anlatmaya çalışırken kullandığımız dil, başlangıcı umut olan kaos içindeki düzen arayışıdır. Gauss'un deyimiyle "bilimlerin kraliçesi" olarak anılan matematiğin renklerini görmeyi başarabilmiş tüm hayalperestler, umuda ulaşabilmenin peşine daha hızlı ve istikrarlı bir şekilde düşecektir. Kaosun varlığı düzene, sorunun varlığı ise çözüme duyulan umudu besler. Bu nedenle bir matematikçi, gerektiğinde umudun gölgesine sığınabilmelidir. Bir teoremi ispat ederken ya da problemlere çözüm ararken, aklın derinliklerinden kalemin ucuna uzanan bu yolculukta en büyük itici gücünüz umut olsun.

■ Kaynaklar

[1] Márquez, G. G. (2020). *Albaya Mektup Yok*. (Çev. Handan Saraç). Can Yayınları.

[2] Hardy, G.H. (2025). *Bir Matematikçinin Savunması*. (Çev. Mukadder Şahin). Say Yayınları.

[3] Wikipedia. (2026) Limit. Erişim Adresi: https://en.wikipedia.org/wiki/Limit_(mathematics) (Erişim Tarihi: 04.03.2026)

[4] Zeka Var. (2020). Sayıların Babası Pisagor. Erişim Adresi: https://youtu.be/wXqC7aj3ZCQ?si=QYGg83UyFTiR3U54 (Erişim Tarihi: 04.03.2026)

[5] Britannica. (2026). Hypatia. Erişim Adresi: https://www.britannica.com/biography/Hypatia (Erişim Tarihi: 04.03.2026)

[6] Evrim Ağacı. (2025). Gödel'in Eksiklik Teoremi. Erişim Adresi: https://evrimagaci.org/blog/godelin-eksiklik-teoremi-21024 (Erişim Tarihi: 04.03.2026)

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Bulanık Uzayda Özdeğerini Korumak

EMİR DÜZTAŞ

Yıldız Teknik Üniversitesi Matematik Bölümü
emir.duztas@std.yildiz.edu.tr

Akademik Danışman: Doç. Dr. Ayten Özkan
Yıldız Teknik Üniversitesi Matematik Bölümü

İnsan zihni, doğası gereği karmaşanın içinde bir düzen, belirsizliğin ortasında ise tutunacak kesin bir dal arar. Yaşadığımız dünyayı anlamlandırmak için çoğu zaman olayları kategorize etmeye, her şeye net bir etiket yapıştırmaya ihtiyaç duyarız. Başarı veya başarısızlık, doğru veya yanlış, varlık veya yokluk. Ancak hayat, ne yazık ki bu kadar keskin sınırlarla birbirinden ayrılmaz. Çoğu zaman kendimizi ne tam bir zaferin aydınlığında ne de mutlak bir yenilginin karanlığında buluruz; asıl hikâyemiz o iki uç arasındaki geniş, gri ve belirsiz alanda yazılır. İşte tam da bu belirsizliğin ortasında, her şeyin ya siyah ya beyaz olmasını dayatan o katı beklentiye karşı durabilme gücü, umudun ta kendisidir.

Toplum ve kurduğumuz sistemler, evreni Aristotelesçi mantığın o siyah-beyaz kalıplarına dökmeye çok eğilimlidir. Bu deterministik yapıda her şey bir ikilik üzerine kuruludur: Ya sistemin normlarına tam uyum sağlarsın ya da tamamen dışlanırsın; ya 1 ya da 0 olursun. İnsan doğası ve hayatın kaosu, sınırları böylesine keskin çizilmiş kapalı bir yapıya sığmaz. Mutlak kesinlik illüzyonunun çöktüğü, kuralların işlemediği o kriz anlarında umut, pasif bir iyimserlikten çıkarak matematiksel bir direnişe dönüşür.

Bu direnişin temsillerinden biri, lineer cebirin temel kavramlarından olan özdeğerler ve özvektörler arasındaki ilişkide bir metafor olarak bulunabilir. Hayatın krizlerini, toplumsal dayatmaları ve bizi değiştirmeye çalışan dış güçleri bir dönüşüm matrisi olarak düşünebiliriz. Bu matris, temas ettiği herkesi kendi belirlediği bir uzaya yansıtmaya, yönlerini ve asıl duruşlarını değiştirmeye zorlar. Ancak kişi kendi gerçeğine kök salmış bir özvektör ise, dışarıdan gelen dönüşüm ne kadar şiddetli olursa olsun yönünü kaybetmez. Sistem onu belki daraltır, belki baskılar ama asıl doğrultusunu bükemez. Kişinin bu süreçte kendi gerçeğinden sapmamak adına koruduğu o sabit çarpan, salt matematiksel bir nicelik değil; varoluşsal bir "öz değer"dir. Umut, hayatın dönüştürücü matrisleri karşısında yönünü koruyabilme ve kendi spektrumunda kalabilme iradesidir.

Sistem, bireyden her zaman bu özdeğerin kusursuz bir "1" olmasını bekler. Oysa Lütfi Zade tarafından 1965'te literatüre kazandırılan bulanık mantık teorisi, umudu bu katı beklentiden kurtarıp $[0, 1]$ aralığındaki devasa spektruma taşır. Klasik sistemlerde sınırın bir milimetre dışında kalan eleman yok sayılırken, bulanık bir kümede üyelik kesirli derecelerle tanımlanır. Sistemin beklentilerine tam uyum sağlayamadığımız, yorgun düştüğümüz veya yarım kaldığımız anlarda 0,2 değerini alabiliriz. Klasik mantığın sığ bakış açısı, bunu sıfıra yuvarlanması gereken bir başarısızlık, yok oluşa giden bir çöküş gibi algılar.

Ancak insan, limiti sıfıra giden yakınsak bir dizi değildir. 0,2 derecesi, sistemin dışına itilmişlik veya hiçlik anlamına gelmez; kendi başına, bağımsız ve meşru bir varoluş halidir. 0,2'de de bulunsan, o spektrumun bir üyesisindir. Umut, başarısızlığın ve dayatılan normların ortasında "ben buradayım ve bu denklemin bir parçasıyım" diyerek sıfıra yuvarlanmayı inatla reddetmektir.

Bu sıfıra yuvarlanma tehlikesi, çoğu zaman dış baskılardan ziyade insanın kendi içsel yanılgısından kaynaklanır. Tolstoy, "Bir insanın değeri bayağı kesre benzer. Pay gerçek değerini gösterir, payda kendisini ne zannettiğini. Paydanın değeri arttıkça kesrin değeri azalır." demiştir [1]. Modern mantığın dayattığı o mutlak "1" olma, yani kusursuzluk yanılgısını paydaya koyup büyüten bir zihin, matematiksel bir zorunlulukla kendi değerini sıfıra yakınsatır. Umutsuzluk, sistemin acımasızlığından çok, paydadaki bu ulaşılamaz kesinlik sanrısından doğar.

Matematik, bize sadece kesin çözümler ve katı kurallar sunarak umut vermez. Aksine, eksik verilerle, karmaşayla ve spektrumdaki kesirli varoluşumuzla nasıl ayakta kalacağımızı gösterir. Lütfi Zade'nin bulanık mantığı kurarken söylediği "İnatçılık ve azim! Tartışmalarda karmaşa içinde kalmaktan korkmamak. Bu daha çok bir Türk geleneğidir... Bu da benim karakterimin bir parçasıdır. Ben çok inatçı olabilirim. Muhtemelen bulanık mantığın gelişiminde bunun faydası oldu." [2] sözü bize çok şey anlatır. Bu fikir, umudun tam karşılığıdır. İnsanın en güçlü ve rasyonel umudu, kusursuz bir "1" olma yanılgısıyla paydasını büyütmek yerine; belirsizliğin ortasında kendi öz değerine sahip çıkması ve o bulanık aralıkta inatla var olmaya devam etmesidir.

■ Kaynaklar

[1] Kaun, A. (1922). The Last Days of Leo Tolstoy. *Atlantic Monthly*, 129, 301.

[2] Blair, B. (1994). Interview with Lotfi Zadeh, Creator of Fuzzy Logic. Erişim Adresi: https://web.archive.org/web/20240205084733/https://www.azer.com/aiweb/categories/magazine/24_folder/24_articles/24_fuzzylogic.html (Erişim Tarihi: 01.03.2026).

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Matematikteki Gizli Sır: Umut

EZGİ TUNCER

Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü
ezgituncer@hacettepe.edu.tr

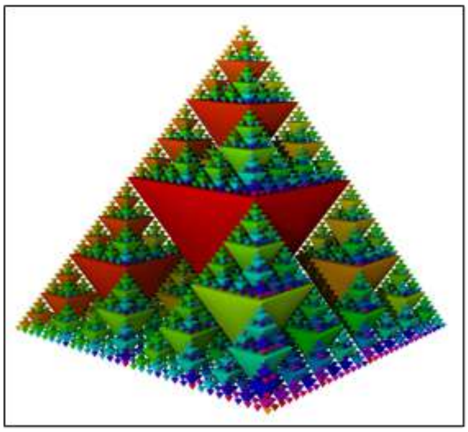
Akademik Danışman: Prof. Dr. Derya Keskin Tütüncü
Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü

Uluslararası Matematik günü (IDM), matematiğin en gizemli ve büyüleyici öğelerinden biri olan pi sayısına (3,14) atfen her yıl 14 Mart'ta dünya çapında coşkuyla kutladığımız bir bayramdır. 2020'den bu yana UNESCO ve Dünya Matematik Birliği'nin öncülüğünde düzenlenen bu etkinlik; matematiği herkes için erişilebilir, anlaşılır ve ilham verici hale getirmeyi amaçlar. Bu anlamlı tarih, 2026 yılında bizi Antik Yunan Filozofu Thales ile buluşturuyor. MÖ 624-546 yıllarında Milet kentinde (günümüz Aydın ili, Türkiye) yaşayan Thales, tarihin derinliklerinden bize şunu fısıldar: "Umut tüm insani değerlerin en evrenselidir."

İlk bakışta mantık ve kesinliğe dayalı matematik bilimi, duygu ve belirsizliğin ürünü olan umut hissi ile çelişiyor gibi görünür. Ancak yaklaşık 2500 sene sonra matematiğin de en evrensel insani değerlerden biri olduğu gerçeği bu iki kavramın aslında birbirini tamamladığını gözler önüne serer. "Matematik, umudu bir sır olarak özünde saklar." Bu sırrı açığa çıkarmak ise umudu matematikte aramak ve matematikte umudu bulmak ile mümkündür.

Öncelikle umut, gelecek nesillere çözüm alanı bırakmaktır. Ünlü matematikçi Pierre de Fermat, bugün *Arithmetica* adlı eserin kenarına şu notu düşmüştür: "...Cuis rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exigutias non caperet." (...Bu önermenin harika bir ispatını buldum. Fakat bu kenar boşluğu onu yazmak için yeterli değil.). Daha sonra Fermat'nın Son Teoremi olarak adlandırılan problemi ifade eden notun bu son cümlesi, çocukluk hayalini gerçekleştirmek için yıllar boyu gizlice çalışan Andrew Wiles'ın içinde bir umut yeşertmiştir. İmkânsız görünen bu problem sabır, inanç ve azim ile -350 yıl sonra- Wiles tarafından, onun umudu sayesinde çözülmüştür.

Fraktal, kendine benzerlik özelliği taşıyan ve karmaşık görünen ancak belirli bir matematiksel düzenle oluşan şekildir (Mandelbrot, 1982). Şekil 1'de gösterilen Sierpinski üçgeni, fraktal kavramının özelliklerini tüm detaylarıyla yansıtır: Her ne kadar karmaşık görünse de dikkatli bakıldığında her alt üçgen, büyük üçgenin şekline aynen uyar (Pixabay User, 2016). Bu, aslında matematiksel düzenin bir örneğidir. Tıpkı hayat gibi... Karmakarışık, çözülemez bir düğüm gibi gözüken hayat esasen umut duygusundan inşa edilmiş müthiş düzenli bir fraktaldır.



Şekil 1. Sierpinski Üçgeni Fraktalı

İlk denemeler yanlış olsa bile doğru bir süreç sonunda istenilen hedefe ulaşılacağına dair bir inanç olan umut, bu cümledeki ifadesiyle, Newton-Raphson İterasyonunun bir başka tanımı gibidir. Newton'un (1707) bir fonksiyonun kökünü bulmak için türev ve ardışık tahminleri kullanmayı önerdiği bu yöntemde uygun başlangıç ve doğru koşullar altında, gerçek köke her adımda daha fazla yaklaşılır.

Şekil 2. Kelebek Etkisi İllütrasyonu

Peki, Brezilya'da kanat çırpan bir kelebeğin Teksas'ta büyük bir kasırgaya neden olabileceğini hiç düşündünüz mü? 1960'lı yıllarda hava durumu üzerine çalışan Edward Lorenz (1963) tarafından ortaya konan Kaos Teoremi (diğer ismiyle Kelebek Etkisi), küçük değişikliklerin büyük sonuçlar doğurabileceğini ifade eder (Bkz. Şekil 2). Bazen küçük bir adımın yeterli güce sahip olduğuna inanmanın adı olan umut, bu teoremin temelinde kendine yer bulur.

Küçük bir inanç kıvılcımı, beklenmedik sonuçlar doğurabilir. Öyle ki üstel büyüme ilkesi ilk dönemlerde ufak çaplı görünen bir artışın uzun vadede büyük farklar yaratabileceğini ortaya koyar. Bilgi ve öğrenme süreci bu ilkeye benzetilebilir. Örneğin bir kişi her gün bilgisini

Oyun teorisinde denge kavramı, oyuncuların bireysel olarak kendi kazançlarını maksimize etmeye çalıştığı ve diğerlerinin davranışlarını sabit kabul ettiği durumdur (Nash, 1950). Öte yandan kültürümüzün de "Bir elin nesi var, iki elin sesi var." atasözüyle vurguladığı diğer bir kavram olan iş birliği, bazı durumlarda tüm oyuncuların kazancını artırır ve dengede ortak faydaya yol açar. Bu durum, insan doğasının yalnızca rekabeti değil bir ve beraber olmanın umudunu da taşıdığına matematiksel bir bakış açısıdır.

Olumsuzluğun her zaman kötü sonuçlar doğurmayacağına dair beslenen umut, matematik dilinde iki negatif sayının çarpımının pozitif olması ile ifade edilir. Benzer şekilde grafiklerde bulunan yerel minimum noktalarının (dönüm noktaları) ardından yükselişin olması, hayattaki dip noktalardan sonra yeniden başlamanın umudunu temsil eden bir görsel gibidir.

Hiçbir zaman olasılıkların tükenmeyeceği ve birçok alternatif seçeneğin daima mümkün olacağı, matematikte sonsuzluk kavramına karşılık gelir. Bir olayın olasılığı sıfır değilse gerçekleşme ihtimali vardır. Bu düşünce, umudu gerçeklik zeminine taşır: Bir kapı kapanırsa başka bir kapı mutlaka açılır. Umut, belirlenen yolla çözülememiş olan bir problemi çözecek başka bir yol olduğuna inanıp o doğru yolu aramaktır.

Tüm bunların neticesinde umut, belirsizlikte dahi iyi bir sonucun mümkün olduğuna inanmaktır. Belirsizliği anlamlandırıp yorumlamanın, mantık temeline dayandırmanın aracı ise matematiktir. Sezgilerimizle var ettiğimiz umudu mantık ve düzenle harmanlayan matematik, en sonunda mutlak bir kesinliğe ulaşır.

Yazımın sonunda belirtmek isterim ki, matematikte umut ve umutta matematik her zaman, gizli de olsa var olacaktır. Ve bu sır, matematiği keşif yolculuğunda yön arayanlara, umudun ve bilginin ışığını taşıyan Kutup Yıldızı misali yol gösterecektir.

■ Kaynaklar

[1] Fermat, P. (1670). *Arithmetica* (kenar notu).

[2] Mandelbrot, B. (1982). *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman.

[3] Newton, I. (1707). *Method of Fluxions*. Cambridge University Press.

[4] Nash, J. (1950). Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 36(1), 48–49.

[5] Şekil 1: Pixabay User. (2016). Sierpinski Fractal Geometry [Digital Image]. Pixabay.

[6] Şekil 2: Pixabay User. (2025). Butterfly Effect, Chaos, Sensitivity [Digital Image]. Pixabay.

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Romeo ve Juliet'e Matematiksel Bir Bakış: Aşk Denklemlerinde Umudu Tanımlamak

HATİCE NUR KABAK

Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü
haticekabak@hacettepe.edu.tr

Akademik Danışman: Doç. Dr. Sema Yayla
Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü

Umut çoğu zaman öznel, duygusal ve hatta irrasyonel bir beklenti olarak değerlendirilir. Oysa matematiksel bakış açısı, umudun yalnızca bir beklenti değil; belirli koşullar altında ortaya çıkabilen yapısal bir olasılık olarak düşünülebileceğini gösterir. İlk bakışta karmaşık ve belirsiz görünen süreçler dahi matematiğin diliyle incelendiğinde kendi içlerinde tutarlı bir düzen ve dönüşüm potansiyeli barındırır. Bir sürecin öngörülemez görünmesi, onun bütünüyle kaotik ya da yönsüz olduğu anlamına gelmez; aksine bu karmaşıklığın içinde farklı davranış biçimlerine ve alternatif dengelere evrilebilme ihtimali saklıdır. Bu nedenle umut yalnızca bireysel bir duygu değil, sistemlerin içinde var olan dönüşüm olasılığıdır. İnsan ilişkileri de benzer biçimde inişli çıkışlı ve belirsiz görünse de bu değişkenlik bütünüyle rastlantısal olmak zorunda değildir. İki birey arasındaki etkileşim belirli tepkiler ve karşılıklar üzerinden şekilleniyorsa, bu süreç zamana bağlı olarak değişen dinamik bir yapı olarak düşünülebilir. Bu bağlamda umut, sistemin mevcut durumunun ötesinde farklı bir dinamik davranışa yönelme olasılığı olarak yorumlanabilir. Bu fikri somutlaştırmak için, Steven Strogatz tarafından önerilen aşk ilişkileri modelini ele alabiliriz [3].

Strogatz, duygusal etkileşimi somutlaştırmak adına "Romeo" ve "Juliet" isimli iki fonksiyon tanımlar. Model kapsamında tarafların davranışları iki temel senaryo üzerinden incelenir: Bir bireyin duygularının yalnızca partnerinin hislerinden etkilendiği yalın etkileşim durumu ve duyguların hem partnerden hem de bireyin kendi içsel eğilimlerinden beslendiği öz-düzenleme durumu.

İlk durumda Romeo ve Juliet'in duygularının zamana bağlı değişimleri $R(t)$ ve $J(t)$ ile gösterilsin:

$$R(t) = \text{Romeo'nun Duyguları}, \qquad J(t) = \text{Juliet'in Duyguları}.$$

Burada negatif değerler nefreti, pozitif değerler değerler ise sevgiyi ölçecektir. Duyguların zaman içerisinde nasıl değiştiğini incelemek için şu diferansiyel denklem sistemi kullanılabilir:

$$R'(t) = aJ(t),$$
$$J'(t) = bR(t).$$

Bu denklem sisteminde a ve b, partnerin duygusuna verilen tepki katsayılarını temsil eder. Pozitif bir katsayı, diğer kişinin sevgisinin bireyi cezbettiğini ve kendi duygularını artırdığını gösterir. Negatif bir katsayı ise diğer kişinin sevgisinin itici bir etki yarattığını ifade eder.

Bu modelde sistem ya sonsuz bir salınım üretir ya da parametrelerin işaretine bağlı olarak üstel bir büyüme veya sönme davranışı gösterir. Ancak bu yapının önemli bir eksikliği vardır. Romeo'nun hisleri yalnızca Juliet'ten, Juliet'in hisleri yalnızca Romeo'dan etkilenmektedir. Bu durum öz-düzenleme mekanizmasının modele dahil edilmediğini gösterir. Gerçek ilişkilerde bireyler yalnızca karşı tarafın davranışına tepki vermez; aynı zamanda kendi duygusal eğilimleri de bu süreci etkiler. Bu nedenle daha gerçekçi bir model elde etmek için bireyin kendi duygularına verdiği tepki de sisteme dahil edilebilir. Böylece sistem aşağıdaki biçimi alır:

$$R'(t) = aR(t) + bJ(t),$$
$$J'(t) = cR(t) + dJ(t).$$

Burada b ve c partnerin sevgisine verilen tepkiyi, a ve d ise bireyin kendi duygularına verdiği içsel tepkiyi temsil eder. Sistem matris formunda şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{pmatrix} R' \\ J' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ J \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Bir matrisin özdeğerlerinin toplamı matrisin iz (trace)'ine eşit olduğundan $\lambda_1 + \lambda_2 = \mathrm{tr}(A) = a + d$ eşitliği sağlanır. Ayrıca matrisin karakteristik denklemi

$$\lambda^2 - \mathrm{trace}(A)\lambda + \det(A) = 0$$

biçiminde ifade edilebilir.

Romeo ve Juliet'in duygusal durumlarında meydana gelen küçük değişimlerin zamanla güçlenip güçlenmeyeceğini özdeğerler ($\lambda_{1,2}$) ve karakteristik denklemin diskriminantı

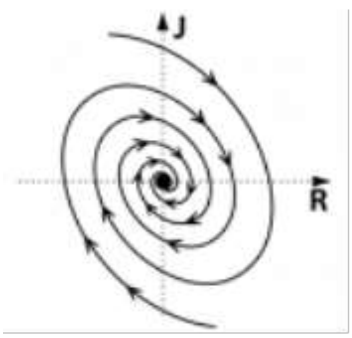
$$\Delta = \mathrm{tr}(A)^2 - 4\det(A)$$

belirler.

(i) Eğer $\Delta > 0$ ise, özdeğerler gerçel ve birbirinden farklıdır. Bu durumda sistem salınım üretmez, Romeo ve Juliet duygularını gelgitli yaşamaz. Dolayısıyla duygusal durum, herhangi bir dalgalanma yaşamadan doğrudan denge noktasına yakınsar veya bu noktadan uzaklaşır.
(ii) Eğer $\Delta = 0$ ise, özdeğerler çakışır ve sistem yapısal olarak son derece hassas, kritik bir eşik evresinde bulunur.
(iii) Eğer $\Delta < 0$ ise, özdeğerler karmaşık eşlenik çiftler biçiminde ortaya çıkar ve sistemin spiral yörüngeler çizerek salınım içerdiği yapıyı temsil eder. Duygusal etkileşimlerin doğasında var olan inişli çıkışlı süreci en iyi yansıtan bu spiral davranış, çalışmamızın odak noktasını oluşturmaktadır.

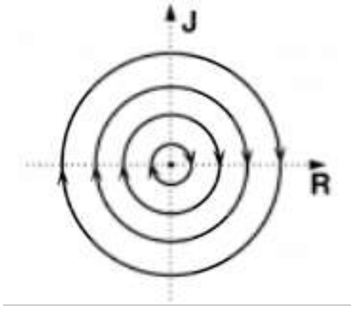
Özdeğerler karmaşık eşlenik çiftler halinde ortaya çıktığında $2\alpha = \mathrm{tr}(A)$ olur ve doğrusal sistemin çözümleri $e^{\alpha t}$ çarpanı içerdiğinden Romeo ve Juliet aşkının yönünü belirleyen çarpan da $e^{\alpha t}$ çarpanıdır. O halde ilişkinin uzun vadeli yönelimi $\mathrm{tr}(A)$'nın işaretine bağlı olarak üç farklı gruba ayrılır.

a. Eğer $a + d < 0$ ise iki karakterin içsel dinamiği zamanla yatışma eğilimindedir. Başlangıçta yaşanan dalgalanmalar tamamen ortadan kalkmaz; Romeo ve Juliet birbirlerine karşı inişli çıkışlı tepkiler verebilirler. Ancak bu salınımlar giderek zayıflar. Matematiksel olarak sistem zamanla sönümlenir ve yörüngeler denge noktasına spiral biçimde yaklaşır. İlişki, kendi içinde bir toparlanma kapasitesi barındırır. Umut burada dışarıdan gelen bir müdahale değil; yapının içinde saklı olan sönüm mekanizmasının doğal sonucudur.



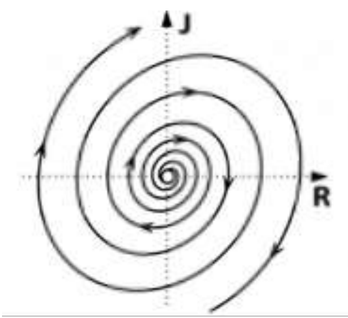
Şekil 1. $a + d < 0$ durumu

b. Eğer $a + d = 0$ ise içsel tepkilerin toplamı tam bir denge hâlindedir. Ne yatışma ne de büyüme söz konusudur. Romeo ve Juliet'in duyguları kapalı yörüngeler üzerinde sürekli salınır; ilişki bir gelgit hâlinde sürer. Bu durum ilk bakışta değişmez bir kader gibi görünebilir. Ancak bu eşik durum son derece hassastır. En küçük bir parametre değişimi, sistemi farklı bir davranış bölgesine taşıyabilir. Dolayısıyla burada umut, dönüşüm ihtimalinin var oluşudur.



Şekil 2. $a + d = 0$ durumu

c. Eğer $a + d > 0$ ise iki tarafın kendi duygusal dinamiklerinin büyütücü bir etki yarattığını gösterir. Bu durumda sistem, denge noktasından uzaklaşan bir davranış sergiler; başlangıçta küçük olan bir tepki zamanla büyüyen bir etkiye dönüşebilir. Matematiksel olarak özdeğerlerin gerçel kısmı pozitiftir ve denge noktası itici hale gelir. Ancak bu tablo, değişmez bir yazgı anlamına gelmez. Çünkü aynı model yalnızca $a + d$ toplamındaki küçük bir kayma ile sönümlü bir yapıya dönüşebilir. Dolayısıyla umut, mevcut dinamiğin içinde değil; parametrelerin değişebilirliğinde saklıdır.



Şekil 3. $a + d > 0$ durumu

Aşk denklemleri, sevgi ve kaçınma arasındaki etkileşimin belirli koşullar altında kapalı ve sonsuz döngülere dönüşebildiğini gösterir. Ancak bu döngü, ilişkinin özü değil; sistemi tanımlayan parametrelerin oluşturduğu dengenin bir sonucudur. Matematiğin sunduğu umut da tam olarak burada, sistemin parametre uzayında saklıdır. Parametrelerde yapılacak küçük bir değişim, sistemin davranışını kökten dönüştürebilir. Örneğin bireylerden birinin tepki katsayısındaki küçük bir değişim, ilişkinin dinamiğini çöküşten ebedi aşka evrilebilecek bir dengeye taşıyabilir. Aşk denklemleri aracılığıyla düşünüldüğünde, umut yalnızca duygusal bir beklenti olarak değil, sistemlerin davranışını değiştirebilen küçük parametre farklılıklarının açtığı yeni ihtimaller olarak yorumlanabilir. Bu açıdan matematik, süreçlerin farklı yönlere evrilebilme olasılığını görünür kılan bir bakış açısı sunar. Bu bakımdan umut, küçük bir değişimin mümkün kıldığı yeni bir denge olasılığıdır.

■ Kaynaklar

[1] Strogatz, S. H. (2018). *Nonlinear Dynamics and Chaos*. CRC Press.

[2] Israel, T. (2010). Romeo, Romeo, What Art Thou Differential Equations? Erişim Adresi: http://sections.maa.org/okar/papers/2010/israel.pdf (Erişim Tarihi: 22.02.2026)

[3] Strogatz, S. H. (1988). Love Affairs and Differential Equations. *Mathematics Magazine*, 61(1), 35.

[4] OpenAI. (2026). ChatGPT (GPT-5.3).

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Umudunu Kaybetmeyen Kadın Matematikçiler

İDİL ÜN

Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü
idil.un@hacettepe.edu.tr

Akademik Danışman: Doç. Dr. İsmail Aslan
Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü

Matematik, çözümün mümkün olup olmadığını kanıtlar sunarak belirleyen düşünme ve araştırma sanatıdır. Karşımıza belirli kuralları olan bir problem gelir ve bizler de problemde yöneltilen bilinmeyenin çözülebilir olduğuna inanarak işe başlarız. Başlangıçta belirsiz ve karanlık görünen yolu aydınlatmak için çözümün mümkün olabileceğini varsayarak ilerlemek gerekir. Henüz kanıtlanmamış bir sonuca doğru ilerlerken taşıdığımız inanç, aslında disipline edilmiş rasyonel bir umuttur. Matematikte umut, varsayımları kurma iradesidir. Kurduğumuz varsayımları çeşitli kanıtlarla desteklememiz bizden beklenir. Çözümün var olduğunun anahtarı ise "beklenen değer" de saklıdır. Problem hakkında karar vermek isteyen bizlerin tüm çabası bu beklenen değere ulaşmaktır. Beklenen değer, İngilizcede "expectation" terimiyle karşılanır. Aynı zamanda "expectation" kelimesi umut anlamına da gelir. Peki bu bir tesadüf müdür? Bana kalırsa tesadüf değildir; matematiksel beklenti yani çözüme ulaşma isteği olarak tanımlayabileceğimiz bu davranışın merkezi umut etmekten geçer. Çünkü problem hakkında çeşitli analitik düşünme süreçlerinde başarıya ulaşmak kadar yanılmak da doğaldır. Her şey olabilir, önümüzde birçok ihtimal vardır; çözüme ulaşamayabilir, onu göremeyebilir ya da sunduğumuz kanıtlarda yanılabiliriz. Ancak pes etmeden, sistematik şekilde ilerlemek hem gözden kaçanları fark etmemizi sağlar hem de uzun vadede gelişmemizin önünü açar. İçimizdeki umudu kaybetmeden sonuç değil, süreç odaklı olmamız bize disiplin kazandırarak bilişsel ufkumuzu genişletir.

Matematiksel çözüm yolculuğunda umudu kaybetmemek, zihinsel bir direnç meselesidir. Matematik tarihi boyunca baktığımızda bu direnci en güçlü şekilde gösterenler, akademik dünyada varlık mücadelesi veren kadınlar olmuştur. Matematik tarihinde varlık gösteren kadınlar, ilgilendikleri problemlerin bilinmeyenlerini çözmekle kalmamış aynı zamanda kendi görünmezliklerini de aşmaya çalışmışlardır.

Örneğin Sophie Germain, 18.yüzyıl Fransa'sında dönemin şartları nedeniyle kendi adıyla değil, takma bir ad ile çalışmalarını sürdürmek zorunda kalmıştır. Ancak ismini değiştirse bile düşüncelerinin gücü değişmemiş ve umudunu kaybetmemiştir. Bugün kendi adıyla anılan "Germain Asalları" kavramını ortaya koymuştur. Bir asal sayı "p" için "2p+1" sayısının da asal olması durumunu inceleyerek, Fermat'ın Son Teoremi için önemli ilerlemeler de bulunmuştur. Sayılar teorisine sunduğu katkılar, zihninin gücüyle toplumsal ön yargıları yıkmıştır. Germain'in mücadelesi çözümün mümkün olduğuna inanmanın yalnızca denklemler için değil, insanın kendi varlığı için de geçerli olduğunu gösterir.

Emmy Noether ise 20.yüzyılın başlarında, Almanya'da soyut cebir alanındaki çalışmalarıyla bu disiplinin temellerini yeniden atmıştır. Cebiri yalnızca hesap yapma pratiğinden çıkarıp yapısal bir kuram haline getirmiştir: R halkasının "Noetherian Ring" olması, her artan ideal zincirinin sonlu adımda durması, bir adımda sabitlenmesi demektir. Her artan ideal zincirinin sonlu adımda sabitlenmesi ilkesine dayanan "Noetherian Ring" kavramı ile matematiksel yapı bir sınırla çevrelenmiştir. Sonsuzluğu inkar etmeyen bu kavram, aksine onu sınırlayarak daha anlamlı kılmıştır. Her ideal ne kadar karmaşık olursa olsun, bir üretici çekirdeğe sahiptir. Sistem; her alt bileşeninin (idealinin) sonlu üreticilere indirgenebilir olması sayesinde karanlık ve karmaşık sonsuzluk değil, düzene er geç ulaşılacağının sessiz umudunu içinde barındırır.

Emmy Noether'in yaşamı da bu düşünceyle paralellik gösterir. Akademi dünyasında hak ettiği konuma geç ulaşmış ancak bu süreç onu yıldırmamıştır. Her ne kadar derslerini uzun yıllar başka isimler altında vermek zorunda kalarak bastırılsa da tıpkı Noetherian halkalarındaki o sarsılmaz prensipteki gibi hayatındaki baskılar sonsuza kadar sürmemiş ve başarısı Emmy Noether'i tüm dünya için görünür kılmıştır.

Son olarak bahsetmeden geçemeyeceğim bir isim daha var: 2014 yılında International Mathematical Union tarafından verilen Fields Madalyası'nı kazanarak matematik tarihinde bir eşiğe imza atan ilk kadın matematikçi Maryam Mirzakhani. 1977'de İran'da doğan Mirzakhani, bu başarısıyla bir devrin kapılarını aralamıştır. İran-Irak savaş sonrası döneme denk gelen çocukluğunda eğitimini İran'da tamamlamıştır. Lise yıllarında katıldığı 1994-1995 Uluslararası Matematik Olimpiyatları'nda madalyalar kazanarak kendini kanıtlamıştır. Tahran'da dönemin iyi bir teknik üniversitesi olan Sharif Üniversitesi'ni bitirdikten sonra olimpiyat dereceleri, parlak üniversite hayatı ve güçlü referanslarıyla Harvard Üniversitesinden kabul almıştır. Harvard'daki doktora danışmanı, Fields Madalya sahibi ünlü matematikçi Curtis McMullen olmuştur. Doktora tezinde hiperbolik yüzeyler ve moduli geometrisi üzerine çalışmalarda bulunması Fields Madalyası'na giden yolu hazırlamıştır. Mirzakhani'nin İran'da başladığı akademik yolculuğu Harvard'da sürdürmesi sabır ve istikrarla ilerleyen bir umut yolculuğudur. Mirzakhani, 2008 civarında verdiği bir röportajında yolculuğunu şu sözlerle özetliyor : "Matematiğin güzelliği yalnızca daha sabırlı takipçilere kendini gösterir." Bu sabır, yalnızca akademik bir nitelik değil; umutla beslenen bir zihinsel dayanıklılık örneğidir.

Germain'in sayılarında, Noether'in cebirinde ve Mirzakhani'nin geometrisinde ortak olan tek şey matematik değildi. Mümkün olana ulaşma yolculukları da benzerdi, ısrarlı ve sarsılmayan inançları ortaktı. Germain takma ad ile yazarken, Noether derslerini gizlice işlerken ve Mirzakhani ülkesinden eğitimi için göç ederken aynı tutumu benimsemişlerdi: karşılaştıkları engeller onlar için bir son değildi. Bu engellere matematikteki çözülmemiş problemlere yaklaştıkları gibi kararlı, analitik ve sarsılmaz bir inançla yaklaştılar. Tıpkı matematikteki problemlerin bir çözüm ihtimali barındırması gibi hayattaki engellerin aşılması da bu şekilde mümkündü. Denemek için gereken cesaret ve içlerindeki umut ışığı, işte tam da bu mantıksal aralıkta gerçeğe dönüştü. Henüz gerçekleşmemiş bilinmeyen geleceklerini mümkün kategorisinde tutarak, emek vermek yaptıkları en büyük yatırımdı. Matematikte kanıt aramak vazgeçmemekse, insan yaşamında da umut bir vazgeçmeyiştir.

■ Kaynaklar

[1] Dickson, L. E. (1919). *Sayılar Teorisi Tarihi*.

[2] Noether, E. (1921). Halka Kuramında İdeal Teorisi (*Idealtheorie in Ringbereichen*).

[3] Yıldırım, C. (2010). *Matematiksel Düşünme*. Remzi Kitabevi.

[4] Yıldırım, C. (2012). *Bilimin Öncüleri*. TÜBİTAK Yayınları.

[5] Simons Foundation. (2014). Maryam Mirzakhani Röportajı.

[6] International Mathematical Union. (2014). Fields Madalyası Gerekçesi – Maryam Mirzakhani.

[7] Hardy, G. H. (2017). *Bir Matematikçinin Savunması* (Çev. Mukadder Şahin). SAY Yayınları.

[8] McMullen, C. (2018). "Maryam Mirzakhani (1977–2017)". *Notices of the AMS*.

[9] TÜBİTAK Bilim Genç. (2021). Matematiğin Nobel'i İlk Kez Bir Kadına Verildi.

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Bağlantılı Yollar: Matematik ve Umut

MUHAMMET SAFA AYDEMİR[1] VE MUSTAFA ERDOĞAN[2]

[1]*Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü*
[2]*Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü*
muhammetaydemir@hacettepe.edu.tr, mustafa.erdogan22@hacettepe.edu.tr

Akademik Danışman: Prof. Dr. Mesut Şahin
Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü

Umut, çoğu zaman yalnızca kalbe dair, duygusal bir teselli ya da iyimser bir bekleyiş olarak görülür. Oysa çok daha derin bir perspektiften baktığımızda umut, belirsizliğe ve karmaşaya karşı aklın sarsılmaz direnişidir. Bertrand Russell, *Mistisizm ve Mantık* [1] adlı eserinde bu zarafeti şu sözlerle ifade eder: "Matematik, doğru bakıldığında, yalnızca gerçeği değil, aynı zamanda heykeltıraşınkine benzeyen soğuk ve sade, en yüce güzelliği de barındırır." Evrenin ürkütücü derecede karmaşık görünen yapısı karşısında en güçlü yardımcımız olan matematik, o soğuk ve sade güzelliğin içinde sıcacık bir umut taşır. Çünkü doğadaki rastgelelik ve bilinmezlik, matematiğin diliyle ifade edildiğinde korkutucu olmaktan çıkar; anlaşılabilir, sınırları çizilebilir ve iyileştirilebilir bir yapıya dönüşür.

Matematik ile umut arasındaki ilişki yalnızca teorik düşüncelerle sınırlı değildir; aynı zamanda günlük hayatımızda da kendini gösterir. Günümüzde bilim ve teknolojide elde edilen birçok gelişmenin arkasında matematiksel düşünce yer almaktadır. Hastalıkların yayılımını anlamak için kullanılan modeller, iklim değişikliğini inceleyen hesaplamalar veya uzayın derinliklerini araştıran astronomik çalışmalar matematiksel yöntemler sayesinde mümkün olmaktadır. İnsanlık bu sorunlarla karşılaştığında çözüm arayışına girer ve matematik bu arayışın en önemli araçlarından biri hâline gelir. Bu durum matematiğin yalnızca soyut bir bilim olmadığını, aynı zamanda insanlığın geleceği için bir umut kaynağı olduğunu gösterir.Matematiğin umutla olan bağı, iş birliği ve ortak düşünme kültüründe de görülür. Matematiksel çalışmalar çoğu zaman farklı ülkelerden ve kültürlerden insanların bir araya gelerek aynı problemler üzerinde çalışmasını sağlar. Matematik dili evrensel olduğu için farklı dilleri konuşan insanlar bile aynı semboller ve kavramlar aracılığıyla iletişim kurabilir. Bu yönüyle matematik, insanları bir araya getiren ve ortak bir amaç etrafında buluşturan güçlü bir köprü görevi görür. Dünyanın farklı yerlerinde yaşayan matematikçiler aynı problemin çözümü için birlikte çalışırken aslında insanlığın ortak bilgi birikimini büyütürler. Bu da geleceğe dair kolektif bir umut yaratır.

Matematik ve umut temelde aynı evrensel soruyu sorar: "Bu karmaşanın içinde tutunulacak sağlam bir dal var mı?" Matematiğin bize sunduğu cevap daima "evet" olmuştur. Kaosun içinden sıyrılarak zamanla sükunete kavuşan dinamik sistemlerde ve kendi enerjisini sönümleyerek ulaşılan o nihai denge noktalarında gördüğümüz üzere, matematik sadece içinde yaşadığımız dünyayı betimlemekle kalmaz. O, karşılaştığımız problemler ne kadar çetrefilli görünürse görünsün, akıl ve mantık yoluyla her zaman bir çıkış yolu bulunabileceğine dair sarsılmaz bir gelecek inşasıdır. İnsan ilişkilerinin, toplumların ve rekabetin en çıkmaza girdiği anlarda bile matematik bize bir çıkış yolu sunar. Çıkar çatışmalarının en yoğun olduğu durumları inceleyen teoriler, herkesin kendi yolunu çizmeye çalıştığı o büyük karmaşanın içinde bile kimsenin zarar görmeyeceği, ortak bir "denge" noktasının her zaman var olduğunu ispatlar. Bu durum, sosyal krizlerde, belirsizliklerde veya en çözümsüz görünen düğümlerde bile rasyonel bir uzlaşma ihtimalinin her zaman masada olduğunun güçlü bir kanıtıdır. Umutsuzluğa kapıldığımız anlarda matematik bize, "Henüz doğru denge noktasını bulamadın, ama o nokta orada bir yerde duruyor," der.

Matematikle uğraşan herkes iyi bilir ki bir problemle karşılaştığımızda ilk his çoğu zaman belirsizliktir. Çözüm yolu hemen görünmez; bazen sayfalarca deneme yapılır, hatalar yapılır, çıkmaz sokaklara girilir. Fakat tüm bu süreç boyunca matematikçiyi ilerleten bir duygu vardır: çözümün bir yerde var olduğuna dair inanç. İşte bu inanç, matematiksel düşüncenin içinde saklı olan umut duygusudur. Bir problemi çözmeye çalışmak, aslında bilinmeyen bir yolun sonunda bir ışık olduğuna inanarak yürümektir.Matematik tarihine baktığımızda da bu umudu besleyen pek çok örnek görürüz. Yüzyıllar boyunca çözülmeden kalan birçok problem, matematikçilerin sabrı ve inadı sayesinde çözülebilmiştir. Bir teoremin kanıtı bazen onlarca yıl sürebilir, hatta bazen bir matematikçi başladığı bir problemi çözemeden hayatını tamamlar. Fakat bu çaba boşa gitmez; sonraki kuşaklar o umudu devralarak araştırmayı sürdürür. Matematik böylece bireysel bir çabanın ötesine geçerek insanlığın ortak umuduna dönüşür.

İnsan düşüncesinin en güçlü yönlerinden biri de merak duygusudur. Yeni sorular sormak, farklı yollar denemek ve bilinmeyeni araştırmak ilerlemenin temelini oluşturur. Bu merak sayesinde insanlar yüzyıllardır evreni anlamaya çalışmakta ve her yeni bilgiyle dünyayı biraz daha açıklayabilir hâle getirmektedir. Her keşif, gelecekte yapılacak çalışmalar için yeni bir başlangıç noktası oluşturur.Matematiksel keşifler ise bir açıdan güzellik duygusuyla ilişkisidir. Bir teoremin zarif bir kanıtı veya bir matematiksel yapının simetrisi çoğu zaman estetik bir haz uyandırır. Matematikçiler sıklıkla bir çözümün "güzel" veya "zarif" olduğundan söz ederler. Bu güzellik duygusu, matematiği yalnızca teknik bir uğraş olmaktan çıkarıp aynı zamanda insana ilham veren bir alan hâline getirir. İnsan zihninin soyut düşünce yoluyla böylesine uyumlu ve anlamlı yapılar oluşturabilmesi, insanın kendi potansiyeline olan güvenini de artırır. Bu güven ise umut duygusunu besleyen önemli kaynaklardan biridir.

Nihayetinde, matematik ve umut temelde aynı evrensel soruyu sorar: "Bu karmaşanın içinde kavranabilir bir anlam var mı?" Matematiğin bize sunduğu cevap, yüzyıllardır daima "evet" olmuştur. Galileo Galilei'nin *Il Saggiatore* (Analizci) [2] adlı eserinde "Doğanın muazzam kitabı matematik dilinde yazılmıştır" diyerek belirttiği gibi, bu evrensel dil sadece dünyayı betimlemekle kalmaz, karanlığa ışık tutar. Matematik; problemler ne kadar çetrefilli, gelecek ne kadar belirsiz olursa olsun, akıl, sabır ve mantık yoluyla bir çözüm bulunabileceğine dair sarsılmaz bir umut inşasıdır.

Ve son olarak, *The Shawshank Redemption* filminde Morgan Freeman'ın da dediği gibi "Unutma Red, umut iyi bir şeydir, belki de en iyisi. Ve iyi şeyler asla ölmez."

Matematikte iyi bir şeydir, asla ölmeyecek ve ilelebet payidar kalacaktır…

■ Kaynaklar

[1] Russell, Bertrand (1910). *Mistisizm ve Mantık*.

[2] Galilei, Galileo (1623). *Il Saggiatore*.

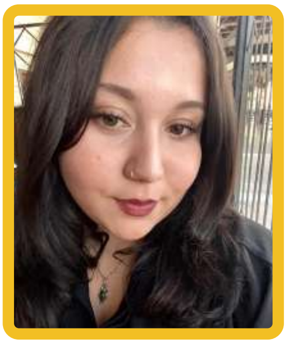
DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Gordion Düğümü

RAZİYE GAZAN

İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü Matematik Bölümü
raziyegazan@std.iyte.edu.tr

Akademik Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Neslihan Gügümcü
İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü Matematik Bölümü

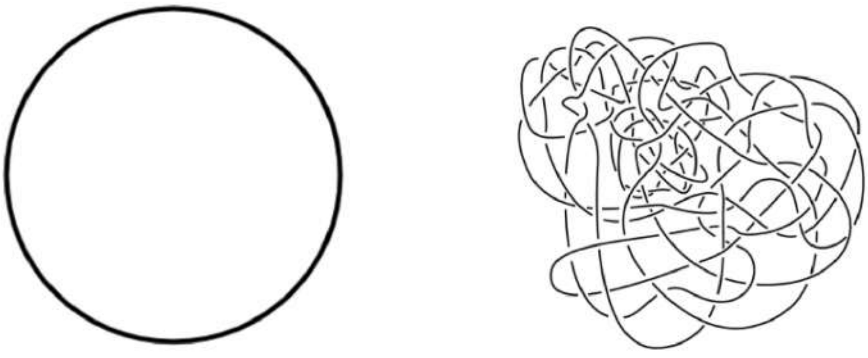


Antik Frigya'nın başkenti Gordion'da bulunan ve çözülmesi imkânsız gibi görünen efsanevi bir düğüm, yüzyıllar boyu bir bilmece olarak kalır. Halatlarının uçları gizlenmiş bu karmaşık düğümü kim çözmeyi başarırsa, tüm Asya'nın hâkimi olacaktır. Bir doğu seferinde Gordion'a gelen Büyük İskender, yayılan kehaneti duyar ve düğümü çözmeye çalışır. Elindeki yöntemlerin ve bilgilerin yetersizliğiyle düğümü çözemeyeceğini anlayınca bir kılıç darbesiyle düğümü ikiye böler. Bu pragmatik yaklaşım, çözümün kendisinin bile bazen cesaret gerektirdiğini gösterir. İskender'in kılıcı, topolojik bir kural ihlali gibi görünse de aslında umudun en radikal halidir: bakış açısını kökten değiştirmek.

Şekil 1. (Jean-Simon Berthélemy, Alexander Cutting the Gordian Knot, 18. yüzyıl.)

Gordion Düğümü mitinden yola çıkarak, matematikte görünüşte imkânsız olan problemlere yaklaşmanın yolu bilgi, yöntem, cesaret ve umuttur. Karmaşık ve zor problemlerin çözümünün imkânsız olduğu anlamına gelmez. Matematiksel tanım olarak **düğüm (knot)**, üç boyutlu Öklid uzayı $\mathbb{R}^3$ içinde düzgün ve birebir gömme ile yerleştirilmiş bir çemberdir. Çemberin kendisi **trivial düğümdür (unknot)**. Düğüm teorisi çerçevesinde, İskender'in kılıcının hareeti, düğümü "unknhâlehale getirir. Düğüm teorisindeki temel konulardan biri, bir düğümün bütünlüğünü bozmadan çözülüp çözülemeyeceğidir. Bunun için öncelikle problemi anlamak gerekir. Umut, karmaşıklığı fark etmekle başlar, çözümün varlığı ve erişilebilirliğiyle devam eder.

20. yüzyılın en önemli topologlarından biri olan Wolfgang Haken, Herhangi bir düğümün çözülüp çözülemeyeceğine dair bir algoritma geliştirdi. Haken, "Normal Yüzeyler" teorisiyle, düğümün etrafındaki 3 boyutlu uzayı küçük parçalara ayırarak, bu parçaların içinde düğümün aslında basit bir halka olduğunu



Şekil 2. Sol: Trivial düğüm (unknot), Sağ: Haken-Gordian düğümü.

kanıtlayan bir yapının olup olmadığının tespit edilebileceğini ortaya çıkarttı. Örneğin, Şekil 2'deki Haken Gordian Düğümü ile çember aynı yapıdadır: çözülmüş düğüm. Bazen çözüm, onu çevreleyen koşullarda, fark etmediğimiz detaylarda ve bakış açımızda gizlenir.

Bir düğümün karmaşıklığı, diyagramatik olarak **düğüm geçiş sayısıyla (crossing number)**, topolojik olarak **cins (genus)** gibi izotopi sınıfına bağlı değişmezlerle, cebirsel olarak ise **düğüm gruplarıyla** ve **polinom invariantlarıyla** incelenebilir. Bir düğümün çözülebilirliği için öncelikle uygun bir diyagrama ihtiyaç vardır. Yanlış temsil problemi çözülemez kılar. **Reidemeister hareketleri** ile düğüm diyagramını sadeleştirilir. Düğümün karmaşık olması, topolojik olarak karmaşık olduğunu göstermez. Çözüme pusula olabilecek bilgiler elde edilirse, karmaşıklık bile umut yaratır. S^3 (üç-boyutlu küre) içerisindeki K düğümleri için **çözülme sayısı (unknotting number)** $u(K)$, en temel karmaşıklık ölçütlerinden biridir. Bu sayıya **Gordion sayısı** da denmektedir. Büyük İskender'in düğümü çözebilmek için kılıcıyla yapması gereken en az hamle sayısını temsil eder. K düğümünün diagramını izotopi ile destekleyerek unknot diagramına dönüştürmek için gereken minimum **geçiş sayısı (crossing number)** olarak tanımlanır. Çözülme sayısı düğümler için bir değişmediyagramına düğümün diagramına değil, topolojisine bağlıdır. Bazı düğümler bir çembere eşdeğer olabilirken, bazıları karmaşık bir dolanıklığa sahip olabilir.

$u(K) = 0$ ancak ve ancak K trivial düğümdür. En basit düğümlerden biri olan üç geçişli trefoil için çözülme sayısı $u(K) = 1$'dir. 3 geçişten sadece birini değiştirmek düğümüçözer. Lokal bir hamle, global yapıyı tamamen değiştirebilir.

"Her düğümün sonlu bir düğüm çözme sayısı vardır." Herhangi bir düğüm izdüşümünde, kesişimleri uygun şekilde değiştirerek her zaman basit düğüm elde edilebilir. Bu teorem bir umut metaforudur. Bir düğümün n kesişimli bir izdüşümünde, hangi kesişimleri değiştireceğine karar vermek için 2^n olasılık vardır. $n = 10$ için bu sayı 1024, $n = 20$ için ise 1 milyondan fazladır. Hâlâ bugün, çözülme sayıları bilinmeyen 9 tane 10-kesişimli asal düğüm bulunmaktadır. Umudun kaynağı bilinmeyendir ve matematik umudun somutlaştığı bir yerdir.

Kaynaklar

[1] Adams, C. C. (2004). *The Knot Book: An Elementary Introduction to the Mathematical Theory of Knots*. American Mathematical Society.

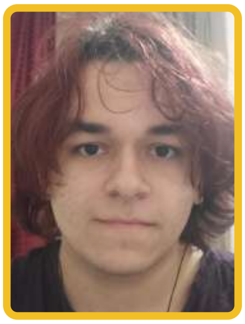
[2] Brittenham, M. ve Hermiller, S. (2025). *Unknotting Number Is Not Additive Under Connected Sum*.

[3] Calegari, D. (2023). Almost Sufficiently Large. *Notices of the American Mathematical Society*.

[4] Wikipedia. (2026). Gordian Knot. Erişim Adresi: https://en.wikipedia.org/wiki/Gordian_Knot

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Matematiğin İki Yüzü: Umut ve Trajedi

SUALP KULA[1] VE MUSTAFA YANKI KOCATÜRK[2]

[1]*Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü*
[2]*Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü*
sualpkula@hacettepe.edu.tr, mustafakocaturk@hacettepe.edu.tr

Akademik Danışman: Doç. Dr. İsmail Aslan
Hacettepe Üniversitesi Matematik Bölümü

Tarih boyunca insanlığın her büyük krizinde, görünmeyen bir yerlerde, hatırlayamadığımız tarihlerde matematik yapılıyordu ve bulunan her yeni denklem veya teorem geleceğe dair bir umudu yeşertiyordu.

Yeşermiş bu umutlar aslında başka yerlerde türlü trajediler doğuruyordu. Dolayısıyla umut ve umutsuzluk bir zincir gibi hep iç içeydi.

İkinci Dünya Savaşı, büyük bir mağlubiyetten çıkan Alman halkı için büyük umutlarla başlamıştı.

Orduları çok güçlü, muhaberelerini dünyada eşi benzeri olmayan çok gelişmiş teknolojilerle kurmuşlardı. Aynı dönemde bir önceki harpten galip çıkmış İngilizler umutsuzluk içindeydi; çünkü Almanlar o dönemin matematik olanaklarıyla oluşturulmuş en güçlü şifreleme cihazı olan Enigma ile uzun süre kırılamayacak iletişim hatları kurmuştu. Bu sayede o dönemin matematikçileri, umutsuz Alman halkına bir umut olmuştu. Diğer taraftan Almanların bu umudu İngilizlerin trajedisi olmuştu. Fakat kısa süre sonra dengeler matematik sayesinde tersine döndü. Enigma makinesinin kırılmasıyla madalyonun ters yüzü göründü, Alman cephesindeki umut söndü. Matematik tarihte bir kere daha umut ve trajedi doğurdu.

Farklı bir bakış açısından Fermat'ın Son Teoremi, yine matematiğin umut ve trajedi doğurduğuna dair iyi bir örnektir. Fermat bu problemi ortaya attığında gerçekten bir kanıtının olup olmadığı kesin olarak bilinmiyordu. Kitabının kenarına yazdığı Latince not şudur: "Cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi hanc marginis exiguitas non caperet." Bunun anlamı ise: "Bu önermenin gerçekten harika bir kanıtını keşfettim, ancak bu kenar boşluğu onu yazmak için yeterince geniş değil." Bu not, Fermat'tan sonra bu teoremi çözmeye çalışan matematikçilere büyük bir umut vermiştir. Teorem ispatlanmadan önce bu umut, Fermat'ın teoremi çözdüğüne inanan matematikçilere "Eğer bir kanıt zaten varsa biz niye bulamıyoruz?" dedirtti. Haklılardı çünkü yersiz umutlar, gerçekleşemediklerinde gelecekte çok büyük hayal kırıklıklarına yol açabilirdi. Ancak Fermat'ın Son Teoremi 1994 yılında Andrew Wiles tarafından kanıtlandı. Umut bu kez bir trajediye son verdi; hikâye mutlu sonla bitti ve inancın başarıyı beslediğini tüm dünyaya kanıtladı.

Günümüze dönersek şu an içinde bulunduğumuz gezegenin en büyük sorunu olan iklim probleminden de bahsetmemiz gerekir. Dünyamızın daha öncesinde hiç olmadığı kadar tehlike altında olduğunun bilincinde olmalıyız. Maalesef ki bu tehlike sadece bizi değil gezegenimizdeki diğer tüm canlıları da doğrudan ilgilendiriyor. Değişen iklim, küresel ısınmayı doğrudan etkiliyor ve bu ısınma kutuplarda yaşayan canlıların yaşamını olumsuz etkiliyor. Bunun yanında artan çevre kirliliğinden dolayı suda yaşayan canlılar bile bu olumsuz durumlardan nasibini alıyor. İşte tam böyle bir durumda her meslek grubuna ihtiyacımız olduğunu söyleyen BM Sürdürülebilir Kalkınma Amaçlarından 13. maddede şöyle diyor: "İklim değişikliği ve etkileri ile mücadele için acilen eyleme geçilmeli." Buradaki aciliyet kelimesi çok önemli çünkü kaybedecek zamanımız yok. İşte matematik tam da burada devreye giriyor. Bu kirliliği ve ısınmayı modellemek ve nasıl ilerleyeceği hakkında bilgi sahibi olmak için matematiği kullanmamız şart. Matematiğin doğurduğu ve günümüzde popülerleşmiş disiplinlerden biri olarak yapay zekâ, bu sorunun çözümünde kullanılmaya başlandı. Forestwatch, Global Fishing Watch gibi yapay zekâ destekli kuruluşlar iklim krizini çözmek için önemli bir rol oynuyor ve hem tüm insanlığa hem de gezegenimizde yaşayan diğer tüm canlı dostlarımıza umut oluyor. Yapay zekânın bu denli gelişmesinin arkasında matematiğin rolü çok büyük. Bu da matematiğin aslında sadece trajedilerden ibaret olmadığını, uygulamalı tarafı da kullanılırsa bizi ve tüm canlıları ilgilendiren bir trajediden de nasıl en iyi şekilde kurtarabileceğini gösteriyor.

Göründüğü üzere trajedi ve umut kavramları her ne kadar birbirine zıt gibi görünse de, tarih boyunca matematik üzerinde bıraktıkları etkinin çoğu zaman benzer biçimde ortaya çıktığını gözlemlemek mümkündür. Bunun en çarpıcı örneklerinden biri, yaşamı çeşitli zorluklar ve trajedilerle geçen Karl Weierstrass'tır. Weierstrass, tüm dünyada tanınmasını sağlayan Yaklaşım Teoremi'ni yetmiş yaşında ispatlamıştır. Eğer içinde taşıdığı umut ve matematiğe olan sarsılmaz bağlılık olmasaydı, böylesine önemli bir katkının ortaya çıkması da muhtemelen mümkün olmayacaktı. Bu gözlem, matematiğin yalnızca kaosun ve trajedinin ürünü olmadığını; aksine, büyük ölçüde insanın içindeki umut duygusundan beslendiğini göstermektedir. Dolayısıyla şunu asla unutmamamız gerekir: Matematiğin doğurduğu trajediler yine matematikten doğan umutlarla biter.

■ Kaynaklar

[1] Weierstrass, K. (1885). *On the analytical representation of so-called arbitrary functions of a real variable*. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, 633–639.

[2] Hodges, A. (1983). *Alan Turing: Enigma*. Burnett Books.

[3] Singh, S. (1997). *Fermat'ın Son Teoremi*. (Sabir Yücesoy). Pan Yayıncılık.

[4] Global Forest Watch. (2026). *Global Forest Watch Ana Sayfası*. Erişim Adresi: `https://www.globalforestwatch.org` (Erişim Tarihi: 05.03.2026).

[5] Global Fishing Watch. (2026). *Global Fishing Watch Ana Sayfası*. Erişim Adresi: `https://globalfishingwatch.org` (Erişim Tarihi: 05.03.2026).

[6] Birleşmiş Milletler Türkiye. (2026). *Sürdürülebilir Kalkınma Amaçları*. Erişim Adresi: `https://turkiye.un.org/tr/sdgs` (Erişim Tarihi: 05.03.2026).

DÜNYA MATEMATİK GÜNÜ 2026 ÖZEL SAYISI: *MATEMATİK VE UMUT*

Belirsizlikten Görünmezliğe: π'den Gökyüzüne Matematiğin Umudu

SUDE NAZ BAYSAL

Atılım Üniversitesi Matematik Bölümü
baysal.sudenaz@student.atilim.edu.tr

Akademik Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Emel Yıldırım Kavgacı
Atılım Üniversitesi Matematik Bölümü

Matematik, bilinmeyeni konuşma cesaretidir. Bertrand Russell'a göre matematik, "Ne hakkında konuştuğumuzu bilmediğimiz ve söylediğimiz şeyin doğru olup olmadığını bilmediğimiz bir konudur." Aslında matematik, bu belirsizliği anlamlandırmak için kullandığımız karmaşayı somutlaştırır; sayılar aracılığıyla sağlam ve güvenilir sonuçlara ulaşmamızı sağlar. Dolayısıyla bu ifade ilk bakışta ironik görünse de matematiğin gücünü ortaya koymaktadır. Bu güç, aklın belirsizlik karşısında geri adım atmak yerine, bilinmeyeni rasyonel bir kesinliğe kavuşturma inadını besler. İşte bu zihinsel inadın ve tarihsel duruşun en görkemli yansıması, David Hilbert'in 1930'da dile getirdiği 'Wir müssen wissen, wir werden wissen' (Bilmeliyiz, bileceğiz) sözüdür.

Π sayısı, matematiğin bu soyut dünyasını anlamlandırma çabamızın en köklü örneğidir. Johann Heinrich Lambert, 1761'de bu sayının irrasyonel olduğunu, yani iki tam sayının oranı şeklinde yazılamayacağını ispatlayarak yüzyıllardır süren belirsizliği ortadan kaldırmıştır. Bununla birlikte ondalık açılımının sonsuz olması ve hiçbir basamağın kendini tekrar etmemesi, yani periyodik olmaması, onun en dikkat çekici özelliklerindendir. Bu yönüyle π sayısı, yalnızca sabit bir sayı olmanın ötesine geçer. Üstelik bu tekrar etmeme özelliği bir karmaşıklık göstergesi değil; geometride çemberin çevresi ile çapı arasındaki zorunlu ve kusursuz uyumun değişmezliğinden doğan bir ifadedir. Dolayısıyla π, başlangıçta sadece zihinsel bir kavram gibi görünse de aslında geometrik bir ideal ile sayısal kesinlik arasındaki köprüyü kurar.

14 Mart yalnızca π sayısının kutlandığı bir gün değil; aynı zamanda insan zihninin ölçülemezliği anlamlandırma çabasının simgesidir. Örneğin türev kavramı, bir fonksiyondaki değişim oranını ifade ederken şu felsefi soruyu düşündürür: "Değişimin içinde değişmeyen bir umut bulunabilir mi?" Bu durumda diferansiyel denklemler, sürekli değişen fonksiyonların bazen düzen, bazen de rastlantı içinde var olabileceğini gösterir. Bu soruya farklı disiplinler üzerinden de cevap verilebilir. Örneğin havacılık ve uzay bakış açısına göre, "Gökyüzündeki bir uçağın uçmasını yalnızca motorun varlığı sağlar." biçimindeki yaygın kanaatin aksine, mesele yalnızca itki gücü değildir; uçağın yüzeyindeki noktaların matematiksel sürekliliği ve aerodinamik bütünlüğü de belirleyici bir rol oynar. 1960'lı yıllarda Sovyet matematikçi Pyotr Ufimtsev, son derece karmaşık bir makale yayımlamıştır: *Fiziksel Kırınım Teorisindeki Kenar Dalgaları Yöntemi*. Bu çalışmada, herhangi bir nesnenin kenarına çarpan radyo dalgalarının nasıl yansıdığı incelenmiştir. Ufimtsev'in geliştirdiği Fiziksel Kırınım Teorisi (PTD), klasik optik yasalarının yetersiz kaldığı keskin kenar süreksizliklerini (*sharp edge discontinuity*) matematiksel olarak tanımlamayı başarmıştır. Ne var ki Sovyetler, bu çalışmayı yalnızca teorik bir matematik uğraşı olarak değerlendirmiş; askeri açıdan kayda değer bir uygulama alanı görmedikleri için üzerinde durmamışlardır. Bu çalışmanın üzerinden uzun yıllar geçtikten sonra bir Lockheed Corporation mühendisi makaledeki denklemleri fark etmiş ve önemli bir gerçeği kavramıştır: Eğer tasarlanacak uçak, yuvarlak hatlar yerine düz yüzeyli plakalar biçiminde kurgulanırsa, uçağın etrafında oluşan elektromanyetik dalgalar - özellikle radar dalgaları - farklı yönlere kırılarak

yansıyacak ve böylece radar görünürlüğü azaltılabilecektir.

Başlangıçta yalnızca teorik bir uğraş gibi görünen bu hesaplamalar, zamanla dünyanın ilk "hayalet uçağı" olarak anılan Lockheed F-117 Nighthawk'ın ortaya çıkmasını sağlamış; böylece soyut matematiksel düşüncenin en somut ve çarpıcı umut örneklerinden birine dönüşmüştür. Aerodinamik açıdan alışılmış tasarımların dışında olan bu uçak, pilotlar tarafından "Uçan Elmas" olarak adlandırılmıştır.

İşte burada, çok ağır metallerden oluşan bu yapının matematikle birleşmesi sayesinde uçmakla kalmayıp, radarda neredeyse bir kuş kadar bile görünmemesi dikkat çekicidir. Bu görünmezlik, elektromanyetik kuramın temelini oluşturan Maxwell denklemleri ve görünmezliğin sınır değerleri çerçevesinde açıklanabilir. Söz konusu görünmezlik, diferansiyel denklemlerin yüzey geometrisi üzerindeki hesaplamalarından elde edilmektedir. Maxwell denklemleri ise elektromanyetik dalgaların uzayda nasıl yayıldığını, yüzeylerle nasıl etkileşime girdiğini ve hangi koşullarda yansıyıp kırıldığını matematiksel olarak aşağıdaki denklemler ile tanımlar:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \qquad \text{(Faraday Yasası)},$$
$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \qquad \text{(Ampere Yasası)}.$$

Burada E elektrik alanını, B manyetik akı yoğunluğunu, t zamanı, H manyetik alanı, J akım yoğunluğunu ve D elektrik yer değiştirme yoğunluğunu temsil etmektedir.

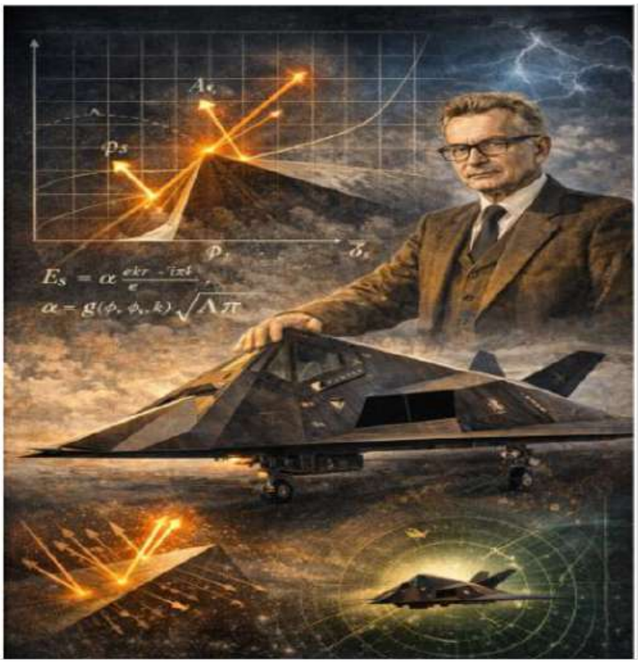
Ufimtsev'in yaklaşımı, bu denklemleri kabul görmüş klasik yöntemlerin aksine pürüzsüz yüzeyler üzerinden değil; tam tersine köşeli ve keskin kenarlarda dalgaların nasıl kırıldığını hesaplamaya dayanması bakımından daha değerlidir. Çünkü havacılık anlayışı, uçağın havayı en iyi şekilde yararak ilerleyebilmesi için kavisli yüzeylere sahip olması gerektiğini savunurken; matematik, radar görünürlüğünü azaltmak için türevlenemez yüzeylere, yani köşeli ve keskin geometrilere ihtiyaç duyar. Böylece radar dalgaları tek bir doğrultuda güçlü biçimde geri yansımak yerine farklı yönlere dağıtılarak bükülebilirdi.

İşte tam da bu noktada "umut" kavramı anlam kazanır. Havacılık literatürüne ters düşen ve kabul görmeyen aerodinamik olmayan bir tasarım, matematiksel optimizasyon sayesinde radarda sadece kuş kadar gözükebilecek bir yapı olarak tasarlanmıştır. Diferansiyel denklemlerdeki sınır koşulları problemleri, aerodinamik kısıtlamalara rağmen yeni bir çözüm üretmiştir. Aslında bu yapı, diferansiyel denklemlerdeki sınır koşulları probleminin, aerodinamik kısıtlamalara karşı kazandığı bir zafer ve umuttur.

Nasıl ki sabit bir sayı gibi görünen π, gerçekte kendini tekrar etmeyen ve irrasyonel bir sayı olmasının yanı sıra, geometride çemberler arasındaki derin ve zorunlu bağlantıları içinde barındırıyorsa; Ufimtsev'in denklemleri de kabul edilmiş aerodinamik yasalarının dışında kalan köşeli ve karmaşık yapısıyla, radardaki görüntüsünün gizemini içinde saklamaktadır.

Sonuç olarak, yalnızca bir bilim olmanın ötesinde matematik; 1960'lı yıllarda Sovyetler için kâğıt üzerinde mürekkepten ibaret görülen ve askeri alanda bir karşılık bulmayan bu "umutsuz" denklemleri, bir mühendisin dikkatini çekmesi sayesinde gökyüzünde süzülen bir elmasa dönüştürebilecek cevheri ortaya çıkarmıştır.

Aslında 14 Mart, sadece π sayısının günü değil; aynı zamanda irrasyonelliğin karmaşası içinde insanın karanlıkta anlam üretme çabasının ve umudun bilimle, yani matematikle harmanlanmasının da bir simgesidir. Çünkü matematik bazen bir sayının sonsuzluğunda, bazen de gökyüzünde görünmeyen bir uçağın izinde, insan aklının umuda attığı en sessiz imzadır.



Şekil 1. F-117 Nighthawk'ın Türevlenemez Geometrisi ve Normal Vektörlerin ($\hat{n}$) Grafiği

Kaynaklar

[1] Hilbert, David (1930). *Naturerkennen und Logik*. Berlin, Germany: Springer.

[2] Lambert, Johann Heinrich (1761). *Mémoire sur quelques propriétés remarquables des quantités transcendantes circulaires et logarithmiques*. Berlin, Prussia.

[3] Maxwell, James Clerk (1873). *A treatise on electricity and magnetism*. Oxford, UK: Clarendon Press.

[4] Rich, Ben R., & Janos, Leo (1994). *Skunk Works: A personal memoir of my years at Lockheed*. Boston, MA: Little, Brown and Company.

[5] Russell, Bertrand (1901). "Recent work on the principles of mathematics." *International Monthly*, 4, 83–101.

[6] Ufimtsev, Pyotr Yakovlevich (1962). *Method of edge waves in the physical theory of diffraction*. Moscow, USSR: Soviet Radio.

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN FAKÜLTESİ
MATEMATİK BÖLÜMÜ

www.mat.hacettepe.edu.tr

hacettepe_matematik_resmi